TRABAJO, POTENCIA Y ENERGÍA

Luis Pardillo Vela https://fisicayquimicaluis.wixsite.com/esoybach

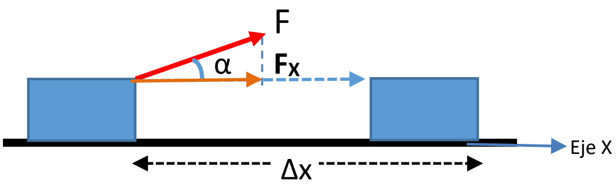
TRABAJO MECÁNICO

Es una magnitud física que no tiene un significado intuitivamente sencillo ya que se siempre se lo relaciona con la energía y a su vez la energía se la relaciona con el trabajo, lo cual es correcto pero la definición mantiene un bucle trabajo-energía-trabajo que no define a ninguno. También en ocasiones lo relacionamos con el esfuerzo para aguantar un cuerpo o mantener tenso un muelle, y en estos dos ejemplos no hay trabajo, solo hay un esfuerzo "fisiológico".

El concepto físico de trabajo va siempre unido a una fuerza que produce un desplazamiento:

Se realiza trabajo cuando un cuerpo es desplazado por la acción de una fuerza que, en su totalidad o en parte, tiene una componente en la dirección del movimiento

El trabajo realizado por una fuerza constante, F, sobre un cuerpo viene dado por el valor del desplazamiento provocado por el valor de la componente de la fuerza en la dirección de ese desplazamiento:



$$\boxed{W = F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha} \rightarrow \boxed{W = F_X \cdot \Delta x}$$

F_x es la componente de F que produce el trabajo

donde F es el módulo de la fuerza, Δx el módulo de su desplazamiento y α el ángulo que forman entre sí las direcciones del vector fuerza F y el vector desplazamiento del eje X.

Para que se realice trabajo sobre un cuerpo es necesario que:

- Actúe una fuerza sobre él.
- La fuerza tenga una componente en la dirección del desplazamiento, es decir, no sea perpendicular a él.
- Se produzca un desplazamiento.

El trabajo puede tener signo positivo o negativo. El signo del trabajo depende del sentido de la fuerza F y del desplazamiento. El trabajo es positivo, hablamos de un trabajo motor, cuando la fuerza y el desplazamiento van en el mismo sentido (ángulo $0 \leq \alpha < 90$). Si F tiene sentido contrario al desplazamiento ($90 < \alpha \leq 180$) el trabajo es negativo y decimos que se ha realizado un trabajo resistente (caso por ejemplo de la fuerza de rozamiento)

- Ecuación de dimensiones del trabajo:

$$W = Fd = F\,L = (MLT^{-2})L = ML^2T^{-2}$$

- Unidad: De la ecuación de dimensiones se deduce que la unidad de trabajo es kg m^2/s^2 conocida como Julio (J)

Como el trabajo es el producto de una fuerza por una distancia su unidad se corresponde con N.m. que en el S.I. recibe el nombre propio de Julio (J en honor a James Prescott Joule). 1 J = 1 N·m que no debe confundirse con el momento de una fuerza (palanca o torque) que tiene también unidad de N·m, pero el momento es una magnitud vectorial de módulo (valor) $M = Fd\,\text{sen}\alpha$ y el trabajo es una magnitud escalar de valor $W = Fd\cos\alpha$.

POTENCIA.

La potencia es una magnitud especialmente práctica, ya que mide la rapidez con que se realiza un trabajo, es decir, nos indica el trabajo que puede ser realizado por unidad de tiempo.

Se define la potencia media como el cociente entre el trabajo realizado, W, y el tiempo tardado en realizarlo,

$$\boxed{P = W/t}$$

- Ecuación de dimensiones de la potencia:

$$P = W/t = ML^2T^{-2}/T = ML^2T^{-3}$$

- Unidad: De la ecuación de dimensiones se deduce que su unidad es $kg \cdot m^2/s^3$ que se conoce como Vatio (W)

En el S.I. el Vatio (W en honor a James Watt)), equivales a 1 W = 1 J/s, es decir, una potencia de un vatio indica que se realiza un trabajo de un julio cada segundo, y al ser una unidad pequeña se suele emplear mucho el kilovatio (kW). También se emplea mucho en ingeniería, el caballo de vapor (CV del francés cheval-vapeur).

1 C.V. = 735 W

El HP (horse power) equivale a 1HP = 1.014 CV

Si multiplicamos la potencia por el tiempo nos da trabajo realizado (o la energía gastada). El kWh (kilovatio por hora) es una unidad de trabajo (o energía) que equivale al trabajo (o energía) producida o consumida por un dispositivo con una potencia de 1 kW al funcionar durante una hora. Su equivalencia con el julio es:

$$P = W/t \rightarrow W = P \cdot t \rightarrow W = 1\ kW \cdot h = 1000 \cdot (1 \cdot 60 \cdot 60) = 3.600.000\ J.$$

- Para el caso de una fuerza que produce un desplazamiento a velocidad constante tenemos que:

Como $P = W/\Delta t$ y $W = F.\Delta x \cos\alpha$ ⇨ $P = F\Delta x \cos\alpha / \Delta t$ y como $\Delta x / \Delta t$ es la velocidad constante v:

$$\mathbf{P = Fv \cos\alpha}$$

El motor de un automóvil tiene una potencia máxima determinada. La fuerza que proporciona el motor del automóvil en un momento dado depende de la velocidad a la que se mueva el coche. Cuando se conduce a alta velocidad, el coche lleva poca fuerza, y necesita utilizar marchas "largas" (4ª, 5º o 6ª) las cuales no son recomendables cuando el auto necesita fuerza, caso de iniciar la marcha, subir carreteras con mucha pendiente, estar muy cargado de peso, o arrastrar un remolque, casos en los que es necesario usar una marcha "corta" (3ª, 2ª o 1ª) que proporciona más fuerza pero que no puede dar mucha velocidad.

Rendimiento de una máquina.

Una forma de energía se puede transformar en otra, *la energía ni se crea ni se destruye, solo se transforma*. Pero en estas transformaciones parte de la energía se degrada en un proceso irreversible, pasando a estar en una forma menos útil, por ejemplo, una parte de esa energía se convierte en calor (energía térmica) que se disipa al medio externo sin que podamos aprovecharla.

La máquina ideal sería aquella que produce un trabajo igual a la energía consumida. Pero las máquinas reales consumen más energía que el trabajo que aportan, por muchas razones técnicas, por ejemplo, rozamientos, problemas de diseño, pérdidas del calor necesario para su funcionamiento, etc.

Se denomina rendimiento (η) de una máquina al cociente entre el trabajo útil que proporciona y la energía que ha consumido. Este rendimiento suele expresarse en tanto por ciento:

$$\eta = \frac{trabajo\ útil}{energía\ consumida} \cdot 100$$

Todo proceso en el que se produce una transferencia de energía, nunca obtiene un rendimiento del 100%, salvo en situaciones que, para su estudio, se consideran ideales.

También se expresa como la relación entre la potencia útil (realizada) y la potencia teórica de la máquina:

$$\eta = \frac{potencia\ útil}{potencia\ teórica} \cdot 100$$

ENERGÍA.

Aunque estamos muy acostumbrados a emplearla y forma parte de nuestro vocabulario habitual, es un concepto difícil de definir con precisión al igual que ocurre con el trabajo.

Se puede definir la energía que posee un cuerpo como "una medida de su capacidad para realizar un trabajo" o que la energía es la capacidad de un sistema o cuerpo para producir transformaciones en otros cuerpos o sobre sí mismo. Cuando dos cuerpos intercambian energía, lo hacen, o bien de forma mecánica, mediante la realización de un trabajo, o bien de forma térmica (mediante el calor) o ambas simultáneamente, que es lo que realmente ocurre.

Hay distintos tipos de energía (cinética, eléctrica, térmica, química, nuclear, eólica, mareotriz ….) pero lo que vamos a estudiar es la denominada ***energía mecánica*** que incluye dos tipos:

- Energía cinética. Es la que poseen los cuerpos debido a su masa y velocidad.
- Potencial. De la que existen varias clases, pero en concreto veremos la energía potencial gravitatoria y la energía potencial elástica. La primera es la que tiene un cuerpo debido a su masa y posición en un campo gravitatorio y la segunda la que posee un cuerpo unido a un objeto elástico fuera de su posición de reposo.

Los cuerpos poseen energía que puede transformarse de un tipo a otro. Igualmente los cuerpos pueden transferirse energía entre ellos. Sin embargo, la energía total del universo (o de cualquier sistema que no intercambie energía con su entorno) permanece constante y no existe ningún proceso que cree o destruya energía. Esto se conoce como el principio de conservación de la energía, y es uno de los pilares fundamentales de la Física, como también lo es el principio de conservación de la cantidad de movimiento.

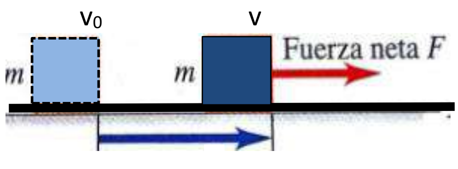
- Energía cinética.

La energía cinética, Ec, es la energía que posee un cuerpo que se encuentra en movimiento.

Supongamos un cuerpo de masa m que tiene una velocidad v_0. Si le aplicamos una fuerza neta F adquirirá aceleración y en consecuencia pasará a tener una velocidad v según:

$W = F\Delta x \cdot \cos\alpha$ y al ser 90º el ángulo entre F y d, tenemos que: $W = F\Delta x = ma\Delta x$.

Y como $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ tenemos que $\Delta x = (v^2 - v_0^2)/2a$ y sustituyendo en la ecuación anterior:



$$W = F\Delta x = ma\Delta x = ma(v^2 - v_0^2)/2a = ½\, mv^2 – ½\, mv_0^2 = Ec – Ec_0$$

Donde hemos denomina Ec (energía cinética) a: $\boxed{Ec = 1/2\, mv^2}$

donde m es la masa del cuerpo y v el módulo de su velocidad. De esta expresión para la energía se deduce que:

"El trabajo total realizado sobre un cuerpo es igual a su variación de energía cinética" (siempre y cuando no exista variación de otro tipo de energía).

Por tanto:

$$W_{total} = \sum W = \Delta Ec$$

Esto se conoce como *teorema de la energía cinética o de las fuerzas vivas* (fuerza viva es la fuerza resultante una vez restada la del rozamiento).

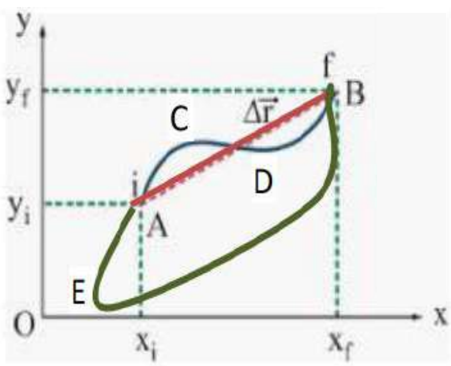
La energía cinética es siempre positiva o nula. La energía cinética de un cuerpo depende del módulo de su velocidad, pero no de la dirección o sentido de esta (la masa siempre es positiva, lo mismo que v^2).

- Energía potencial.

Antes de definir la energía potencial tenemos que explicar que son las ***fuerzas conservativas***.

Se dice que una fuerza es conservativa si el trabajo, W_{AB}, que se realiza sobre un cuerpo cuando este pasa de un punto A a otro B, es el mismo para cualquiera de las trayectorias que siga. Es decir, W_{AB} es independiente de la trayectoria, ya sea que haga un camino **A→C→D→B** a que haga **A→E→B** o directamente **A→B**, sólo importan la situación final (B) y la inicial (A).

Se puede demostrar que esta definición es equivalente a esta otra: una fuerza es conservativa si el trabajo que se realiza sobre un cuerpo que describe una trayectoria cerrada (posición final igual a posición inicial) es siempre nulo.



Son fuerzas conservativas la fuerza gravitatoria (peso) o la fuerza elástica ejercida por un muelle. Pero **no es fuerza conservativa el rozamiento**, ya que el trabajo de la fuerza de rozamiento es superior en el recorrido A→E→B que el A→C→D→B y éste superior al A→B.

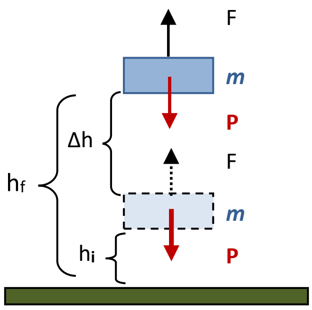
Cuando realizamos un trabajo para vencer una fuerza conservativa, por ejemplo, cuando elevamos un cuerpo a una determinada altura, esa energía que hemos comunicado al cuerpo permanece de alguna manera almacenada en él, no se ha perdido, se ha conservado (de ahí el nombre de conservativa) y podemos recuperarla (por ejemplo, en forma de energía cinética) si dejamos que las fuerzas conservativas actúen libremente sobre él (en nuestro ejemplo si dejamos caer el cuerpo). Por otra parte, el trabajo realizado para ir del punto A al punto B es independiente del camino recorrido y si soltamos el cuerpo desde la altura B para ir a una altura A, el trabajo de la fuerza gravitacional es igual si cae en vertical como si cae por una rampa.

Las fuerzas que no son conservativas se denominan también disipativas. El ejemplo típico es la fuerza de rozamiento ya comentada. Si gastamos energía en arrastrar un objeto venciendo su rozamiento con el suelo, esa energía gastada ya no podemos recuperarla, se ha disipado (generalmente en forma de energía térmica) y para realizar el camino inverso nuevamente gastaremos energía en el rozamiento.

El concepto de energía potencial de un cuerpo está ligado siempre a una fuerza conservativa. Para cada fuerza conservativa tendremos un determinado tipo de energía potencial que se podrá calcular con una determinada fórmula. Así tendremos energía potencial gravitatoria, energía potencial elástica, energía potencial eléctrica etc.

En este curso vamos a trabajar solo con dos fuerzas conservativas, la relacionada con el peso (energía potencial gravitatoria) y la relacionada con la fuerza elástica que cumple la ley de Hooke (energía potencial elástica).

1. Energía potencial gravitatoria: es la energía que posee un cuerpo de masa m debido a su posición (altura) en un campo gravitatorio. Vamos a suponer que nos encontramos en puntos cercanos a la superficie terrestre donde la gravedad se mantiene aproximadamente constante con un valor promedio de 9,8 m/s^2, aunque en la mayoría de los ejercicios usaremos la aproximación de 10 m/s^2:



Para levantar el cuerpo de la derecha tenemos que aplicar una fuerza F = P

Si lo levantamos una altura Δh realizamos un trabajo $W = F \cdot \Delta h \cdot \cos\alpha$. Pero quien *"almacena"* la energía es el campo gravitatorio, que realiza una fuerza P contra el desplazamiento de la masa m. Como el ángulo α entre la dirección de la fuerza P y el desplazamiento Δh es 180º, tenemos que cos180 = -1.

Y como P = mg tenemos que:

$$W = F\Delta h\cos\alpha = -mg\Delta h = -mg(h_f - h_i) = -(mgh_f - mgh_i)$$

Se denomina energía potencial gravitatoria a:

$$\boxed{Ep_g = mgh}$$

Por tanto, en nuestro caso, $\mathbf{W = -(Ep_{gf} - Ep_{gi}) = -\Delta Epg}$ es decir, el trabajo del peso (fuerza gravitacional) se ha convertido en un incremento de la energía potencial gravitatoria.

Hay que tener en cuenta que h es la altura respecto al origen de energías potenciales. Este origen se puede tomar en cualquier punto que elijamos. Generalmente se hace en el punto más bajo que alcanza el cuerpo que estamos estudiando, que en muchas ocasiones es el suelo, pero no necesariamente. Así, si estamos experimentando en una tercera planta, no es necesario utilizar como origen cero el suelo de la calle (o el nivel del mar), podemos usar como origen el suelo de esa tercera planta, o incluso el suelo de la mesa donde experimentamos.

2. Energía potencial elástica: es la energía almacenada en un muelle que cumple la ley de Hooke:

Puesto que la fuerza necesaria para alargar un muelle no es constante, ya que aumenta de forma proporcional al estiramiento, se hace necesario del cálculo integral (*) para obtener el valor del trabajo necesario para el estiramiento (o compresión) o de la energía almacenada con ese estiramiento o compresión.

$$\boxed{Ep_e = \tfrac{1}{2}\, k\, \Delta x^2}$$

(*) Para obtener esta ecuación hay que hacer uso del cálculo integral que se dará en las matemáticas de 2º de bachillerato. En 1º si ya has dado derivadas y te habrán comentado que en 2º tratarán las integrales que es el proceso inverso a las derivadas (pero con un cálculo más complejo). Pues bien, observa que si derivas la ecuación anterior respecto a X obtendrás el valor de la fuerza elástica $F = k\Delta x$.

donde k es la constante del muelle y Δx el estiramiento (o compresión del muelle). Al utilizar esta fórmula estamos suponiendo que la energía potencial del muelle es cero cuando no está estirado o comprimido.

De nuevo en este caso, **$W = -\Delta Ep_e$** es decir, el trabajo se ha convertido en un incremento de la energía potencial elástica (y al igual que con el campo gravitatorio, es el muelle quien "*almacena*" la energía mientras realiza una fuerza en contra del desplazamiento, ya sea por estiramiento o compresión.

Energía mecánica.

Se denomina energía mecánica de un cuerpo, Em, a la suma de su energía cinética y su energía potencial:

$Em = Ec + Ep_g + Ep_e$ a veces expresado como: **$Em = Ec + Ep$** (Ep incluye a Ep_g y Ep_e)

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA.

Una de las formas más conocidas del principio de conservación de la energía es que "*la energía ni se crea ni se destruye, sólo se transforma*"

En el caso de la energía mecánica se puede concluir que, en ausencia de rozamientos y sin intervención de ningún trabajo externo, la suma de las energías cinética y potencial permanece constante. Este fenómeno se conoce con el nombre de *Principio de conservación de la energía mecánica.*

$Em = Ec + Ep = cte$. Esto quiere decir que si pasamos de una situación *inicial* a una situación *final,* en la que, por ejemplo, disminuye la Ec, la Ep debe aumentar en esa misma cantidad para que la suma final de Ec + Ep siga siendo igual a la inicial, en definitiva:

$$(Ec + Ep)_{final} = (Ec + Ep)_{inicial} \quad (\text{donde } Ep = Ep_g + Ep_e)$$

EL TRABAJO MODIFICA LA ENERGÍA MECÁNICA.

Antes de continuar recordemos de nuevo los conceptos de fuerzas conservativas y no conservativas:

Fuerzas conservativas: Una fuerza conservativa es aquélla cuyo trabajo realizado sobre un cuerpo que se traslada entre dos puntos dados, A y B, es independiente de la trayectoria seguida por aquél entre dichos puntos. Fuerzas conservativas son la gravitacional, elástica y electroestática.

Fuerzas no conservativas: Una fuerza es no conservativa cuando el trabajo realizado sobre un cuerpo que se traslada entre dos puntos dados, A y B, depende de la trayectoria de la trayectoria entre dichos puntos. Por ejemplo, el trabajo del rozamiento entre A y B es distinto si se hace en línea recta o por un camino curvo o en zig-zag, cuanto mayor es el recorrido mayor es la pérdida de energía por el rozamiento.

La energía mecánica Em de un objeto se mantiene invariable a lo largo de su recorrido siempre que únicamente actúen sobre él fuerzas conservativas (gravitacional, elástica o electroestática)

$$(Ec + Ep)_{final} = (Ec + Ep)_{inicial}$$

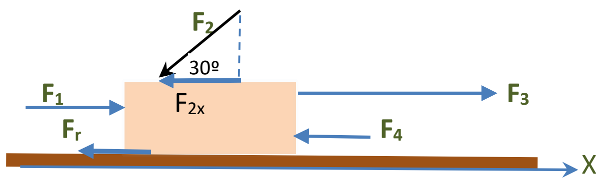
Si sobre un cuerpo actúa una fuerza no conservativa que provoca cambios en su velocidad y/o en su posición, el trabajo de esa fuerza será igual a la variación de energía mecánica que sufre el cuerpo.

$$W_{Fnc} = \Delta E_m = \Delta Ec + \Delta Ep \quad \text{o lo que es lo mismo:} \quad W_{Fnc} = (Ec + Ep)_{final} - (Ec + Ep)_{inicial}$$

El trabajo de la fuerza no conservativa, W_{Fnc}, puede aumentar la E_m (por ejemplo, una fuerza motor o empuje) o disminuirla como es el caso de la F de rozamiento.

$$\boxed{\Sigma W_{Fnc} = \Delta E_m} \qquad \Sigma W_{Fnc} = (Ec + Ep)_{final} - (Ec + Ep)_{inicial}$$

Donde $\sum W_{Fnc}$ es "la suma de los trabajos de las fuerzas no conservativas actuantes", pero el ángulo existente entre la dirección y sentido de la fuerza y el desplazamiento, hará que unos trabajos tengan signo positivo (trabajos motores) y otros negativos (trabajos resistentes).



Los trabajos motores lo realizan F_1 y F_3

Los trabajos resistentes lo realizan, F_4, F_r y F_{2x}
(siendo F_{2x} la componente de F_2 en x)
$F_{2x} = F_2\cos 30$

En este ejemplo: **$\Sigma W = \Sigma F \cdot \Delta x \cdot \cos\alpha = (F_1 + F_3 - F_r - F_4 - F_2\cos 30) \cdot \Delta x$**

α es 0º para F_1 y F_3 y 180º para F_r, F_4 y F_{2x}

ENERGÍA DEL OSCILADOR ARMÓNICO

Vamos a hacer uso de la cinemática del movimiento armónico simple (MAS), la dinámica del MAS y la energía potencial elástica, por lo que debes tener esos conceptos claros o los apuntes delante.

Cualquier cuerpo de masa m sometido a un movimiento armónico tiene energía cinética y potencial. Así por el mero hecho de tener movimiento ya presenta energía cinética, y la energía potencial, es consecuencia de la fuerza restauradora presente en el oscilador mecánico.

- **Energía cinética:**

$$E_c = ½\, mv^2 = ½\, m[\omega A\cos(\omega t + \phi)]^2 = ½\, m\omega^2A^2\cos^2(\omega t + \phi) \quad \text{y como } \boldsymbol{\omega^2 = k/m} \rightarrow E_c = ½kA^2\cos^2(\omega t + \phi)$$

A partir de la ecuación trigonométrica: $\text{sen}^2\varphi + \cos\varphi = 1$ tenemos que $E_c = ½kA^2\cos^2(\omega t + \phi)$ se puede convertir en $E_c = ½\, kA^2[\, 1 – \text{sen}^2(\omega t + \phi)] \rightarrow E_c = ½\, k[\, A^2 - A^2\text{sen}^2(\omega\, t + \varphi)]$ y como $x = A \sin(\omega t + \phi)$

Tendremos que: $E_c = ½\, k[\, A^2 - A^2\text{sen}^2(\omega\, t + \varphi)] = \boxed{\mathbf{Ec = ½\, k(A^2 – x^2)}}$

La expresión nos muestra que la energía cinética es periódica, teniendo su valor máximo en el centro y mínimo en los extremos.

- **Energía potencial:** se corresponde con la energía potencial elástica, por tanto:

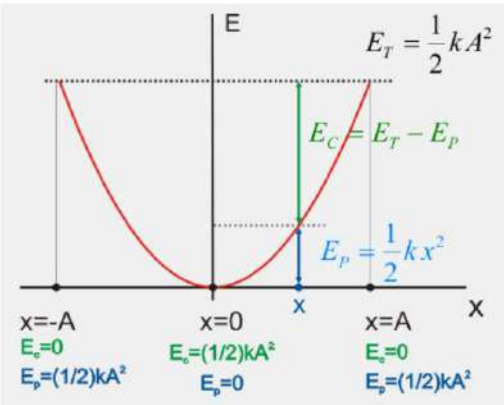
$$\boxed{\mathbf{E_p = ½\, kx^2}} = ½\, kA^2\sin^2(\omega t + \phi)$$

Siendo igualmente periódica, pero con su valor máximo en los extremos y mínimo, en el centro.

- **Energía mecánica**: la suma de ambas energías nos permite deducir la energía mecánica del oscilador.

$$E_m = E_c + E_p = ½\, k(A^2 – x^2) + ½\, kx^2 = ½\, kA^2 \rightarrow \boxed{\mathbf{E_m = ½\, kA^2}} \text{ y como } \boldsymbol{\omega^2 = k/m} \rightarrow \boxed{\mathbf{E_m = ½\, \omega^2 m\, A^2}}$$

La energía total (mecánica) depende de dos propiedades del oscilador, la constante elástica (k) y la amplitud (A), o bien de la frecuencia o velocidad angular (ω) de la masa (m) y la amplitud (A)



Fuente de la imagen https://www2.montes.upm.es/dptos/digfa/cfisica/dinam1p/mas.html

En el gráfico se observa como varia la Ep y Ec según la posición de la partícula respecto a la posición de equilibrio.

En cualquier posición la suma de Ep y Ec es siempre la misma, la de la energía total (o mecánica):

$$Em = Ec + Ep$$

CALORÍAS Y JULIOS

La unidad internacional (UI) de trabajo y energía es el Julio, sin embargo, en las etiquetas de los alimentos y bebidas aparecen las unidades kcal junto a kJ (kilocalorías y kilojulios), cuando se informa del valor nutricional de un alimento o bebida, es decir, la energía que éste proporciona al cuerpo. La razón de las dos unidades es que la UI de energía es el Julio y por tanto obligatorio su empleo (se emplea kJ por ser el J una unidad pequeña), y el uso de las *calorías* es porque fue una unidad muy utilizada, que estaba relacionada con el calor producido por una sustancia en su combustión, o el calor necesario para calentar un cuerpo:

INFORMACIÓN NUTRICIONAL Valores medios:	Por 100g	Por toma**
Valor energético	1641 kJ 387 kcal	861 kJ 204 kcal
Grasas de las cuales: saturadas	1,9 g 0,4 g	5,6 g 2,1 g
Hidratos de carbono de los cuales: azúcares	81,9 g 31,0 g	33,8 g 15,5 g
Fibra alimentaria	3,2 g	0,8 g
Proteínas	9,0 g	4,3 g
Sal	0,100 g	0,119 g

- **Caloría (cal):** Cantidad de energía necesaria para aumentar 1 ºC la temperatura de 1 g de agua. 1 cal = 4,18 J.