EJERCICIOS RESUELTOS DE VIBRACIONES Y ONDAS

Todos los ejercicios son de pruebas de PAU de distintos años y comunidades.

No siguen ningún orden de dificultad.

Luis Pardillo Vela https://fisicayquimicaluis.wixsite.com/esoybach

1) Un muelle de constante elástica k tiene uno de sus extremos unido a una pared y el otro unido a un bloque de masa m. El bloque se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Si el bloque se separa una distancia de 5 cm con respecto a la posición de equilibrio y se suelta, se observa que su energía cinética al pasar por el punto de equilibrio es 0,02 J. a) Determine la constante elástica del muelle, k. b) (Si la masa del bloque es m = 4 kg, calcule el periodo de las oscilaciones y el módulo de la velocidad del bloque cuando el desplazamiento con respecto al punto de equilibrio sea x = 2 cm.

2) Un observador que se encuentra a 3 m de una fuente puntual sonora que emite en todas direcciones mide un nivel de intensidad sonora de 53 dB. Halle: a) La intensidad sonora recibida por el observador y la potencia con la que emite la fuente puntual. b) La distancia a la que debe situarse el observador para que el nivel de intensidad sonora percibido se reduzca a una cuarta parte. Dato: Intensidad umbral, I_0 = 10^{-12} W m^{-2}.

3) Una ballena sumergida en el mar a una cierta profundidad emite un potente sonido grave de 60 Hz y 25 m de longitud de onda. Un barco A, situado sobre su vertical, detecta dicho sonido con su sónar 80 ms después de ser emitido, y poco tiempo después es detectado por otro barco B situado a 300 m del barco A. a) Halle la profundidad a la que se encuentra la ballena. b) Si el barco A recibe el sonido con una intensidad de 3 μW m^{-2} , calcule la potencia del sonido emitido por la ballena y el nivel de intensidad sonora que detectará el barco B. Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 1 \cdot 10^{-12}$ W m^{-2} .

4) Por una cuerda dispuesta a lo largo del eje x viaja una onda armónica transversal con velocidad de propagación $\vec{v} = -400\vec{\imath}$ m·s^{-1}. La onda produce en la cuerda una aceleración máxima de $2 \cdot 10^4$ m s^{-2}. En un instante cualquiera, los puntos con elongación nula se repiten cada 0,4 m a lo largo del eje x. a) Determine la frecuencia y la amplitud de la onda. b) Si en el instante inicial y en el origen de coordenadas la elongación es +1 mm y la velocidad es positiva, calcule la elongación en x = 1,2 m para t = 2 s.

5) Un detector situado a cierta distancia de una fuente sonora puntual mide un nivel de intensidad sonora de 80 dB. Si se duplica la distancia entre la fuente y el detector, determine a esta distancia: a) La intensidad de la onda sonora. b) El nivel de intensidad sonora. Dato: Intensidad umbral de audición, I_0 = 10-12 Wm^{-2}.

6) En el laboratorio del instituto se mide el tiempo que tarda un péndulo simple en describir oscilaciones de pequeña amplitud, con el fin de determinar el valor de la aceleración de la gravedad. Responder a las siguientes cuestiones:
a) Si se repite la experiencia con otra bola de masa distinta, ¿se obtendrán los mismos resultados? ¿Por qué?
b) ¿Qué longitud debería tener el hilo para que el periodo fuera el doble del obtenido?
c) En la luna, donde la gravedad viene a ser 6 veces menor que en la Tierra ¿Cuál sería el periodo de un péndulo, si en la Tierra su periodo es de 2 segundos?

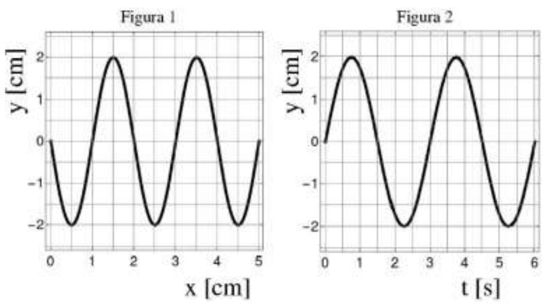
7) Una onda electromagnética se propaga por el agua y tiene la siguiente función de onda: $E(x,t) = 100\cdot sen(1{,}2\cdot 10^7\ x - 2{,}72\cdot 10^{15}\ t)$ V/m, donde x se expresa en metros y t en segundos. a) Determina su longitud de onda, su frecuencia y el sentido en que se propaga. b) Calcula la velocidad con que se propaga y el índice de refracción del agua. c) Calcula la diferencia de fase (en radianes) que habrá para un punto del medio, entre un instante dado y 1 femtosegundo después (1 fs=10^{-15} s). Calcula también qué desfase inicial tendríamos que darle a la onda para que un punto en x=30 nm tenga en t=0 un valor de E=50 V/m. Datos: $c=3\cdot 10^8$ m/s

8) Una onda armónica se propaga por el espacio a una velocidad de 350 m/s, y viene descrita por la siguiente función de onda: $y(x,t)=5\cdot sen(k\cdot x-10\pi\cdot t+\varphi)$, todo en el sistema internacional. Sabiendo que y(0,0)=2.5 m y que la velocidad de oscilación en (0,0) es negativa determina, justificadamente, lo siguiente: a) Valores del número de ondas y del desfase inicial b) Valor numérico de la velocidad de oscilación en (0,0) y velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera del espacio (x). c) Aceleración máxima de oscilación de un punto cualquiera (x), y diferencia de fase (expresada en grados) para un punto cualquiera entre dos instantes de tiempo separados 0.025 segundos.

9) Un detector acústico que se encuentra situado a 200 m de una sirena mide un nivel de intensidad sonora de 80 dB. Suponiendo que la sirena emite como una fuente puntual, determine: a) La potencia sonora de la sirena. b) La distancia a la que debemos situar dicho detector para que mida la misma intensidad sonora cuando la sirena tiene una potencia doble a la del apartado anterior. Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

10) Un vibrador a 400 Hz genera una onda armónica en una cuerda que se propaga en sentido negativo del eje x con una longitud de onda de 2 m. La velocidad máxima con que oscila un punto cualquiera de la onda es 100 m/s. Determina: a) La frecuencia angular y el número de ondas b) La amplitud de las ondas y su velocidad de propagación por la cuerda. c) Teniendo en cuenta que un punto situado en x=0 cuando t=300 µs presenta una elongación de 1 cm y velocidad de oscilación positiva, determina el desfase de la onda (en radianes) y escribe su función de onda completa.

11) Por una cuerda se propaga una onda armónica en el sentido positivo del eje x . La Figura 1 representa la elongación de la cuerda en el instante t = 0, y la Figura 2 representa la elongación de la cuerda, en función del tiempo, en la posición x = 2 cm. a) Determinar la longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de propagación. b) Escribir la ecuación de la onda, $y(x,t)$. c) Calcular la velocidad de vibración máxima y la aceleración máxima de un punto de la cuerda.



12) Las cuerdas de "Lina", el querido violín de Einstein, miden 32.8 cm. Estudiemos la 1ª cuerda, que emite la nota Mi con una frecuencia de 659.3 Hz cuando vibra en el modo fundamental. a) Obtén la longitud de onda de la onda estacionaria en la cuerda, y la longitud de onda del sonido en el aire. b) ¿En qué punto (refiérelo a cualquiera de los dos extremos) se debe presionar la cuerda para producir la nota La, de 880 Hz de frecuencia? c) Einstein toca una melodía emitiendo un sonido de 10^{-6} W de potencia. Te unes a su lado con un violín y sonido idéntico. ¿Cuántos decibelios se medirían a 10 m de vuestra posición, si sólo toca Einstein y si tocáis los dos a la vez? Dato: $I_o = 10^{-12}$ W/m^2

13) En un concierto de Rihanna se callan los instrumentos y ella canta una nota La de 880 Hz con una potencia de 0,005 W. La presión del aire puede escribirse como: $P(x,t) = P_o + \Delta P sen(kx - wt - \pi/2)$, donde el segundo sumando representa la onda de presión producida por por el sonido de la cantante.

a) Calcula la longitud de onda emitida por Rihanna.

b) Para t = 0 obtén la posición x de dos puntos en los cuales la presión sea la misma que cuando cesa el sonido.

c) ¿Cuántos decibelios mediríamos a 50 cm de la boca de Rihanna? Dato $I_o = 10^{-12}$ W/m^2

14) Un sonómetro mide el nivel de intensidad sonora en el centro de una plaza circular en la que se celebra un concierto de música, y que por condiciones de pandemia, solo se permite al público ocupar una de las filas del aforo, de modo que todos los asistentes están sentados equidistantes al centro de la plaza. El cantante del grupo musical saluda al público gritando desde el escenario, que se encuentra a una distancia de 4 m del centro de la plaza, y el sonómetro marca un nivel de ruido de 75 dB. Una persona del público grita devolviendo el saludo y el instrumento mide una sonoridad de 51.16 dB. A continuación, grita todo el público al unísono registrándose un nivel de intensidad sonora de 78.08 dB. Asumiendo que todos los asistentes gritan con la misma potencia $P = 2.01 \times 10^{-3}$ W, calcula: a) ¿Cuál es la potencia del grito emitido por el cantante? b) la distancia a la que se encuentra el público del centro de la plaza. c) el número de personas que asisten al concierto.

15) Las ondas transversales que se propagan a lo largo de una cuerda larga y tensa en el sentido negativo del eje x lo hacen con una velocidad de 8 m/s, con una amplitud de 7 cm y una longitud de onda de 32 cm. El extremo x = 0 posee su máximo desplazamiento vertical positivo en el instante t = 0.

a) Calcule la frecuencia, el periodo y el número de onda de dichas ondas.

b) Escriba la función de onda que describe dichas ondas.

c) Calcule el módulo y el sentido de la velocidad que tendrá una partícula situada en la posición x = 16 cm en el instante t = 0.05

d) ¿Qué tiempo mínimo debe transcurrir desde el instante t = 0.05 s para que la partícula situada en la posición x = 16 cm vuelva a tener el mismo desplazamiento y la misma velocidad que en ese instante?

16) Una onda transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de propagación de 3/4 m s^{-1} , según la ecuación $y(x, t) = A\ sen(kx - \omega t + \phi)$. En el instante t = 1 s, el punto situado en x = 1 m tiene una aceleración de $27\pi^2$ cm·s^{-2} y una elongación de -3 cm. Además, en el instante t = 0 s el punto situado en x = 0 tiene la máxima elongación, y(0, 0) = 3 cm. Determine: a) La frecuencia angular, el número de onda, la amplitud y la fase inicial de la onda. b) La velocidad de vibración de un punto del medio en el que se propaga la onda, situado a 25 cm del foco emisor, en el instante t = 2 s.

17) a) ¿Qué significa que una onda armónica es doblemente periódica? Explíquelo apoyándose en las gráficas correspondientes. b) Una onda armónica transversal se propaga en sentido negativo del eje OX con una velocidad de propagación de 3 m s^{-1}. Si su longitud de onda es de 1,5 m y su amplitud es de 2 m: i) escriba la ecuación de la onda teniendo en cuenta que en el punto x = 0 m y en el instante t = 0 s la perturbación es nula y la velocidad de oscilación es positiva. ii) Determine la velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera del medio.

18) Explique las diferencias entre ondas armónicas y ondas estacionarias. Escriba un ejemplo de cada tipo de ondas. b) Una onda transversal, que se propaga en sentido negativo del eje OX, tiene una amplitud de 2 m una longitud de onda de 12 m y la velocidad de propagación es 3 m s-1. Escriba la ecuación de dicha onda sabiendo que la perturbación, y(x,t), toma el valor máximo en el punto x = 0 m, en el instante t = 0 s

19) a) ¿Qué significa que dos puntos de la dirección de propagación de una onda armónica estén en fase o en oposición de fase? ¿Qué distancia les separaría en cada caso? b) Una onda armónica de amplitud 0,3 m se propaga hacia la derecha por una cuerda con una velocidad de 2 m s-1 y un periodo de 0,125 s. Determine la ecuación de la onda correspondiente sabiendo que el punto x = 0 m de la cuerda se encuentra a la máxima altura para el instante inicial, justificando las respuestas.

20) Una onda armónica transversal de frecuencia 2 Hz, de longitud de onda 20 cm y amplitud 4 cm, se propaga por una cuerda en sentido positivo del eje OX. En el instante t=0, la elongación del punto x=0 es $2\sqrt{2}$ cm y su velocidad es positiva. Hallar: 2. a) Ecuación de la onda en el S.I.. b) Velocidad de propagación de la onda c) Velocidad de oscilación de un punto situado en x = 5 cm en función del tiempo. d) Diferencia de fase entre dos puntos separados 1 m.

RESOLUCIONES EN LA SIGUIENTE HOJA

RESOLUCIONES

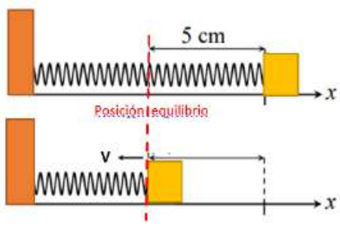
Todos los ejercicios son de pruebas de PAU de distintos años y comunidades.

No siguen ningún orden de dificultad.

Luis Pardillo Vela https://fisicayquimicaluis.wixsite.com/esoybach

1) Un muelle de constante elástica k tiene uno de sus extremos unido a una pared y el otro unido a un bloque de masa m. El bloque se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Si el bloque se separa una distancia de 5 cm con respecto a la posición de equilibrio y se suelta, se observa que su energía cinética al pasar por el punto de equilibrio es 0,02 J. a) Determine la constante elástica del muelle, k. b) (Si la masa del bloque es m = 4 kg, calcule el periodo de las oscilaciones y el módulo de la velocidad del bloque cuando el desplazamiento con respecto al punto de equilibrio sea x = 2 cm.

a) Teniendo en cuenta que en un muelle las fuerzas son conservativas, en la posición inicial de estiramiento solo hay energía potencial (la masa se suelta tras el estiramiento con v = 0) y en la posición de equilibrio solo hay Ec (ya que x = 0).



$(Ep + Ec)_{inicial} = (Ep + Ec)_{final}$ ⇨ $½\ kx^2 = ½\ mv^2$ ⇨ $½k·0{,}05^2 = 0{,}02$ → **k = 16 N/m**

b) $T = \frac{2\pi}{\omega}$ y $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ⇨ $T = 2\pi\sqrt{\frac{4}{16}}$ = **3,14 s = T**

Para calcular la velocidad aplicamos la conservación de la energía: $E_{total} = Ep + Ec$ ⇨ **$½kA^2 = ½kx^2 + ½mv^2$** ⇨

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}\cdot(A^2 - x^2)} = \sqrt{\frac{16}{4}\cdot(0{,}05^2 - 0{,}02^2)} = \mathbf{0{,}0917\ m/s = v}$$

2) Un observador que se encuentra a 3 m de una fuente puntual sonora que emite en todas direcciones mide un nivel de intensidad sonora de 53 dB. Halle: a) La intensidad sonora recibida por el observador y la potencia con la que emite la fuente puntual. b) La distancia a la que debe situarse el observador para que el nivel de intensidad sonora percibido se reduzca a una cuarta parte. Dato: Intensidad umbral, I_0 = 10^{-12} W m^{-2}.

a) $\beta = 10 log\frac{I}{I_o}$ donde I_o = 10^{-12} W/m^2 es el umbral de audición

$$\beta = 10 log\frac{I}{I_o} ⇨ 53 = 10 log\frac{I}{10^{-12}} ⇨ \boldsymbol{I} = 2·10^{-7}\ W/m^2$$

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} ⇨ 2·10^{-7} = \frac{P}{4\pi 3^2} ⇨ \mathbf{P = 2{,}26·10^{-5}\ W}$$

b) Si se reduce el nivel de intensidad a una cuarta parte será β = 53/4 = 13,25 dB, por tanto:

$$\beta = 10 log\frac{I}{I_o} ⇨ 13{,}25 = 10 log\frac{I}{10^{-12}} ⇨ I = 2{,}11\cdot10^{-11}\ W/m^2$$

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} ⇨ 2{,}11\cdot10^{-11} = \frac{2{,}26·10^{-5}}{4\pi r^2} ⇨ \boldsymbol{r} = \mathbf{292\ m}$$

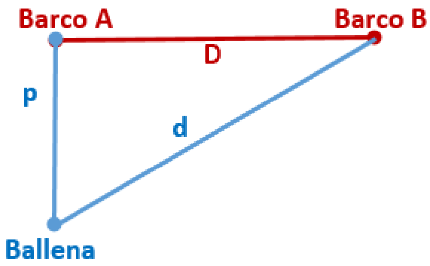
3) Una ballena sumergida en el mar a una cierta profundidad emite un potente sonido grave de 60 Hz y 25 m de longitud de onda. Un barco A, situado sobre su vertical, detecta dicho sonido con su sónar 80 ms después de ser emitido, y poco tiempo después es detectado por otro barco B situado a 300 m del barco A. a) Halle la profundidad a la que se encuentra la ballena. b) Si el barco A recibe el sonido con una intensidad de 3 μW m^{-2} , calcule la potencia del sonido emitido por la ballena y el nivel de intensidad sonora que detectará el barco B. Dato: Intensidad umbral, I_0 = 1 · 10^{-12} W m^{-2} .

a) v = λ/T = λf ⇨ v = 25·60 = **1500 m/s = v**

y la profundidad p será una distancia = v·t = 1500·80·10^{-3} = 120 m de **profundidad** → **p = 120 m**

b) Para calcular la potencia sonora emitida por la ballena aplicamos: $I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$

$I = \frac{P}{4\pi r^2} = 3 \cdot 10^{-6} = \frac{P}{4\pi 120^2}$ ⇨ **P = 0,543 W**



Para ver el nivel de intensidad sonora recibida por el barco B, calculemos primero la distancia d a la ballena:

$$d = \sqrt{p^2 + D^2} = \sqrt{120^2 + 300^2} = 323\ m$$

Y ahora aplicamos $I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{0{,}543}{4\pi 323^2} = I$ = 4,14·10^{-7} W/m^2

Pero como lo que pide es el nivel de intensidad → $10 log \frac{I}{I_o} = 10 log \frac{4{,}14\cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = \boldsymbol{\beta} =$ **56 dB**

4) Por una cuerda dispuesta a lo largo del eje x viaja una onda armónica transversal con velocidad de propagación $\vec{v} = -400\vec{\imath}$ m·s^{-1}. La onda produce en la cuerda una aceleración máxima de 2·10^4 m s^{-2}. En un instante cualquiera, los puntos con elongación nula se repiten cada 0,4 m a lo largo del eje x. a) Determine la frecuencia y la amplitud de la onda. b) Si en el instante inicial y en el origen de coordenadas la elongación es +1 mm y la velocidad es positiva, calcule la elongación en x = 1,2 m para t = 2 s.

a) Si dos puntos de elongación nula están separados por 0,4 m significa que su longitud de onda es 0,8 m, por tanto, la frecuencia será:

f = v/λ = 400/0,8 = **500 Hz = f**

La aceleración máxima de una onda armónica es $a_{máx} = \omega^2 A = (2\pi f)^2 A$ ⇨ $A = \frac{a_{máx}}{(2\pi f)^2}$

$$A = \frac{a_{máx}}{(2\pi f)^2} = \frac{2.\cdot 10^4}{(2\pi 500)^2} = \boldsymbol{A = 2{,}026 \cdot 10^{-3}\ m}$$

ω = 2πf = $2\pi 500$ = **1000π rad/s = ω**

b) La onda que se propaga en el sentido negativo de x viene dada por: $\boldsymbol{y(x,t) = Asen(\omega t + kx + \varphi)}$

Condiciones iniciales en x = 0, t =0

$y(0{,}0) = Asen(\omega \cdot 0 + k \cdot 0 + \varphi)$ = 1·10^{-3} ⇨

2,026·10^{-3}senφ =1·10^{-3}

senφ = 1·10^{-3}/2,026·10^{-3} = 0,494 ⇨ φ = 0,516 rad ó π - 0,516

Como $v_y(x,t)$ = Aωcos(ωt ± kx + φ) = Aωcos(0 ± 0 + φ) = Aωcos(φ)

Y, como indica el enunciado, la velocidad transversal positiva en x=0, t=0 implica que: $v_y(x,t)$ = Aωcosφ>0 por tanto elegimos la solución φ=0,516 rad (no la alternativa π−0,516).

Ahora:

$K = 2\pi/\lambda = 2\pi/0{,}8 = 2{,}5\ m^{-1}$ ⇨ $kx=(2{,}5\pi)(1{,}2) = 3\pi$

$\omega t=(1000\pi)(2) = 2000\pi$

Ángulo total: $kx + \omega t + \varphi = (3\pi + 2000\pi) + \varphi = (2003\pi) + \varphi$.

Como 2003 es impar ⇨ 2003π es equivalente a π ⇨ $sen(\pi+\varphi) = -sen\varphi$. Por tanto:

$$y(1.2,2) = Asen(2003\pi + \varphi) = -Asen\varphi = -2{,}026 \cdot 10^{-3} \cdot sen0{,}516 = -1 \cdot 10^{-3}\ m \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{y(1.2,2) = -1\ mm}$$

Si usamos la función $\boldsymbol{y(x,t) = Acos(\omega t + kx + \varphi)}$ se llega al mismo resultado

5) Un detector situado a cierta distancia de una fuente sonora puntual mide un nivel de intensidad sonora de 80 dB. Si se duplica la distancia entre la fuente y el detector, determine a esta distancia: a) La intensidad de la onda sonora. b) El nivel de intensidad sonora. Dato: Intensidad umbral de audición, I_0 = 10-12 Wm^{-2}.

a) El nivel de intensidad sonora viene dado por: $\beta = 10log\frac{I}{I_o}$

Para el primer caso tenemos $\beta = 10log\frac{I_1}{I_o}$ ⇨ $80 = 10log\frac{I_1}{10^{-12}}$ ⇨ $I_1 = 10^{-4}\ W/m^2$

Al ser esféricas las ondas sonoras, y que se propagan en un medio homogéneo e isótropo (iguales propiedades en todas las direcciones), tenemos que al duplicar la distancia se debe mantener la potencia, por tanto:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow I_1S_1 = I_2S_2 \rightarrow I_1\cdot 4\pi r_1^2 = I_2\cdot 4\pi r_2^2 \rightarrow 10^{-4}\cdot 4\pi r_1^2 = I_2\cdot 4\pi(2r_1)^2 \Rightarrow \boldsymbol{I_2 = 2{,}5\cdot 10^{-5}\ W/m^2}$$

b) Por lo que el nivel de intensidad sonora será: $\beta = 10log\frac{I}{I_o} = 10log\frac{2{,}5\cdot 10^{-5}}{10^{-12}} = $ **74 db = $\boldsymbol{\beta}$**

6) En el laboratorio del instituto se mide el tiempo que tarda un péndulo simple en describir oscilaciones de pequeña amplitud, con el fin de determinar el valor de la aceleración de la gravedad. Responder a las siguientes cuestiones:

a) Si se repite la experiencia con otra bola de masa distinta, ¿se obtendrán los mismos resultados? ¿Por qué?

b) ¿Qué longitud debería tener el hilo para que el periodo fuera el doble del obtenido?

c) En la luna, donde la gravedad viene a ser 6 veces menor que en la Tierra ¿Cuál sería el periodo de un péndulo, si en la Tierra su periodo es de 2 segundos?

a) Sí, se obtienen los mismos resultados. El periodo de un péndulo es independiente de la masa: $\boldsymbol{T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$

b) $T_2 = 2T_1 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 2 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow \sqrt{\frac{l_2}{g}} = 2\sqrt{\frac{l_1}{g}} \Rightarrow \frac{l_2}{g} = 4\frac{l_1}{g} \Rightarrow \boldsymbol{l_2 = 4l_1}$

c) Este apartado se podría calcular obteniendo la longitud del péndulo en la Tierra aplicando g =9,8 m/s^2 en la Tierra y T = 2s y sustituir de nuevo el valor de L con $g_{Luna} = g_{Tierra}/6$ para obtener el periodo en la Luna. Pero eso es suponiendo que conocemos el valor medio de g en la Tierra.

Por ello apliquemos una forma más general:

$$\frac{T_T}{T_L} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_T}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g_L}}} = \sqrt{\frac{g_L}{g_T}} = \sqrt{\frac{1}{6}} \Rightarrow \boldsymbol{T_L = T_T\sqrt{6} = 2\cdot\sqrt{6} = 4{,}9\ s = T_L}$$

7) Una onda electromagnética se propaga por el agua y tiene la siguiente función de onda: $E(x,t) = 100\cdot sen(1{,}2\cdot10^7\ x - 2{,}72\cdot10^{15}\ t)$ V/m, donde x se expresa en metros y t en segundos. a) Determina su longitud de onda, su frecuencia y el sentido en que se propaga. b) Calcula la velocidad con que se propaga y el índice de refracción del agua. c) Calcula la diferencia de fase (en radianes) que habrá para un punto del medio, entre un instante dado y 1 femtosegundo después (1 fs=10^{-15} s). Calcula también qué desfase inicial tendríamos que darle a la onda para que un punto en x=30 nm tenga en t=0 un valor de E=50 V/m. Datos: $c=3\cdot10^8$ m/s

a) Dado que la ecuación de la onda es del tipo $\boldsymbol{y(x,t) = Asen(kx - \omega t + \varphi\ )}$ podemos identificar que:

$k = 1{,}2\cdot10^7\ m^{-1}$ y $\omega = 2{,}72\cdot10^{15}\ s^{-1}$ por lo que aplicando $k = 2\pi/\lambda$ ⇨ $\lambda = 2\pi/1{,}2\cdot10^7$ = **$5{,}23\cdot10^{-7}$ m = λ**

y de $\omega = 2\pi f$ ⇨ $f = \omega/2\pi = 2{,}72\cdot10^{15}/2\pi$ = **$f = 4{,}33\cdot10^{14}\ s^{-1}$**

Como en nuestro caso los signos de ωt y kx son opuestos, al aumentar el tiempo el desplazamiento x debe aumentar para mantener la fase y por tanto la onda se **propaga en el sentido positivo del eje x.**

b) La velocidad de propagación es $v = \lambda/T = \omega/k = 2{,}72\cdot10^{15}/1{,}2\cdot10^7$ = **$v = 2{,}266\cdot10^8$ m/s** < c

El índice de refracción es $n = c/v = 3\cdot10^8/2{,}266\cdot10^8$ = **n = 1,324**

c) La fase es el argumento de la función trigonométrica, $\phi = kx - wt + \varphi$. Para un mismo punto x del medio el incremento de ϕ es → $\Delta\phi = \omega\Delta t$ por lo que para un **1 femtosegundo después** tendremos:

$\Delta\phi = \omega t = 2{,}72\cdot10^{15}\cdot1\cdot10^{15}$ = **2,72 rad = Δϕ**

Para el desfase inicial en las condiciones que se piden sería: $E(x,t) = 100\cdot sen(1{,}2\cdot10^7\ x - 2{,}72\cdot10^{15}\ t + \varphi)$ → $E(x,t) = 100\cdot sen(1{,}2\cdot10^7\cdot 30\cdot10^{-9} - 2{,}72\cdot10^{15}\cdot0 + \varphi) = 50$ V/m ⇨ $sen(0{,}36 + \varphi) = 50/100 = 0{,}5$ ⇨

$sen\ x = 0{,}5$ → $x = 30^o = \pi/6$ → $\pi/6 = 0{,}36 + \varphi$ → **φ = 0,164 rad**

o 150º

8) Una onda armónica se propaga por el espacio a una velocidad de 350 m/s, y viene descrita por la siguiente función de onda: $y(x,t)=5\cdot sen(k\cdot x-10\pi\cdot t+\varphi)$, todo en el sistema internacional. Sabiendo que y(0,0)=2.5 m y que la velocidad de oscilación en (0,0) es negativa determina, justificadamente, lo siguiente: a) Valores del número de ondas y del desfase inicial b) Valor numérico de la velocidad de oscilación en (0,0) y velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera del espacio (x). c) Aceleración máxima de oscilación de un punto cualquiera (x), y diferencia de fase (expresada en grados) para un punto cualquiera entre dos instantes de tiempo separados 0.025 segundos.

a) El número de onda k se relaciona con la velocidad de propagación v y la frecuencia angular ω mediante la fórmula: $v = \omega/k$ → $k = \omega/v = 10\pi/350$ = **k = 0.0898 rad/m**

Para calcular el desfase φ:

$y(x,t)=5\cdot sen(k\cdot x-10\pi\cdot t+\varphi)$ ⇨ $y(0,0)=5\cdot sen(\varphi) = 2{,}5$ ⇨ $sen(\varphi) = 0{,}5$ → $\varphi = 30^o$ o 120^o (180-30) por tanto en radianes $\pi/6$ o $5\pi/6$ ($\pi-\pi/6$). Veamos cual es la opción correcta usando la segunda condición inicial, la velocidad de oscilación $v_y(0,0)$ es negativa.

$$v_y(x,t) = \frac{dy}{dt} = -A\omega\cos(kx - \omega t + \varphi) ⇨ v_y(0,0) = -A\omega\cos\varphi$$

Como indica el enunciado, la velocidad de oscilación v_y es negativa, por tanto cosφ debe ser positivo ($v_y(0,0) = -A\omega\cos\varphi$), y esto es posible solo con $\varphi = \pi/6$ no con $5\pi/6$ → **φ = π/6 o 30º**

b) $v_y(0{,}0) =$ -Aωcosφ = -5·10π·cos$\frac{\pi}{6}$ = **-136 m/s = $v_y(0,0)$**

la velocidad máxima $|v_{máx}|$ en un punto cualquiera será Aωcosφ = 5·10π·1 = **157,1 m/s = $|v_{máx}|$**

c) $a_y(x,t) = \frac{dv_y}{dt} = -A\omega^2 \text{sen}(kx - \omega t + \varphi)$ ⇨ $a_{y\ máx}(x,t)$ = $|-A\omega^2|$ = 5·(10π)^2 = **4934,8 m/s^2 = $a_{y\ máx}$**

Veamos la diferencia de fase entre de un punto cualquiera entre dos instantes separado por 0,025 s.
La fase es el argumento de la función trigonométrica, $kx - \omega t + \varphi$, para un punto fijo del espacio (x=constante) entre dos instantes separados Δt es: Δϕ = ωΔt = 10π·0,025 = **Δϕ = 0,7854 rad = 45º**

Aunque en la ecuación aparece "−10πt", la pulsación angular **ω = 10π rad/s** (positiva), porque el signo negativo forma parte de la estructura estándar kx−ωt para una onda que avanza hacia +x.

9) Un detector acústico que se encuentra situado a 200 m de una sirena mide un nivel de intensidad sonora de 80 dB. Suponiendo que la sirena emite como una fuente puntual, determine: a) La potencia sonora de la sirena. b) La distancia a la que debemos situar dicho detector para que mida la misma intensidad sonora cuando la sirena tiene una potencia doble a la del apartado anterior. Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

a) $\beta = 10log\frac{I}{I_o}$ = 80 = $10log\frac{I}{10^{-12}}$ ⇨ $8 = logI - log\,10^{-12}$ ⇨ 8 = log$I$ +12 ⇨ $I = 10^{-4}\ W/m^2$

Al ser el sonido una onda esférica: $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ = $10^{-4} = \frac{P}{4\pi 200^2}$ ⇨ **P = 50,3 W**

b) P = 2·50,3 = 100,6 W → $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ = $10^{-4} = \frac{100{,}6}{4\pi r^2}$ ⇨ r = $\sqrt{\frac{100{,}6}{4\pi 10^{-4}}}$ ⇨ **r = 282,9 m**

10) Un vibrador a 400 Hz genera una onda armónica en una cuerda que se propaga en sentido negativo del eje x con una longitud de onda de 2 m. La velocidad máxima con que oscila un punto cualquiera de la onda es 100 m/s. Determina: a) La frecuencia angular y el número de ondas b) La amplitud de las ondas y su velocidad de propagación por la cuerda. c) Teniendo en cuenta que un punto situado en x=0 cuando t=300 μs presenta una elongación de 1 cm y velocidad de oscilación positiva, determina el desfase de la onda (en radianes) y escribe su función de onda completa.

a) Frecuencia angular = *ω = 2πf = 2·π·400 =* **ω = 800π = 2513,27 rad/s**

El número de ondas = k = 2π/λ = 2π/2 = π ⇨ **k = π = 3,1416 m^{-1}**

b) La velocidad de propagación es v = ω/k = 2513,3/3,1416 = **800 m/s = v**

Para obtener la amplitud aplicamos que la velocidad máxima de oscilación de un punto es v = Aω ⇨
A= v/ω = 100/2513,27 = **0,0398 m = A**

c) Para determinar el desfase aplicamos las condiciones iniciales dadas: t= 300 μs = 3·10^{-4}s y la elongación y=1cm = 0,01 m.

La función de onda que se propaga en sentido negativo (hacia –x) es: $y(x,t) = Asen(kx + \omega t + \varphi)$ por lo que sustituyendo valores:

$y(x,t) = Asen(kx + \omega t + \varphi)$ = 0,01 $= 0{,}0398 sen(\pi \cdot 0 + 2513{,}27 \cdot 3 \cdot 10^{-4} + \varphi)$ ⇨

$0{,}01 = 0{,}0398 sen(\pi \cdot 0 + 2513{,}27 \cdot 3 \cdot 10^{-4} + \varphi)$ ⇨ 0,01 = 0,0398sen(0,754 +φ) ⇨

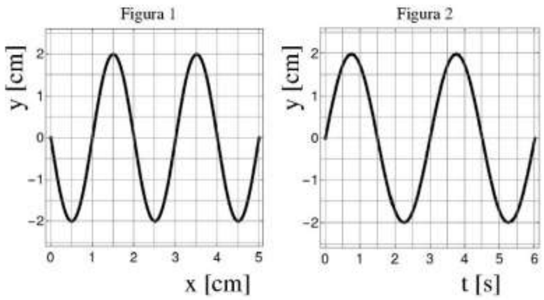
0,2513 = sen (0,754 + φ) → 0,754 + φ = 0,254 ó 2,888 (de π – 0,254) radianes

Para determinar cuál de las dos soluciones es correcta tenemos en cuenta que el enunciado indica que la velocidad de elongación es positiva. Veamos la ecuación de la velocidad: v = $\frac{dy}{dt}$ = Aωcos(kx + ωt + φ)

v = 0,0398·2513,27cos(0,754 + φ). Si utilizamos 0,754 + φ = 0,254 la velocidad es positiva ⇨ posible
Si utilizamos 0,754 + φ = 2,888 la velocidad es negativa ⇨ descartado

En consecuencia 0,754 + φ = 0,254 ⇨ **φ = - 0,5 radianes**
La función de onda completa es: $y(x,t) = 0,0398sen(\pi x + 8000\pi t - 0,5)$

11) Por una cuerda se propaga una onda armónica en el sentido positivo del eje x . La Figura 1 representa la elongación de la cuerda en el instante t = 0, y la Figura 2 representa la elongación de la cuerda, en función del tiempo, en la posición x = 2 cm. a) Determinar la longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de propagación. b) Escribir la ecuación de la onda, $y(x,t)$. c) Calcular la velocidad de vibración máxima y la aceleración máxima de un punto de la cuerda.



a) De la figura 1 obtenemos que la longitud de onda es **λ = 2 cm = 0,02 m**
y de la figura 2 obtenemos que el periodo es 3s y por tanto la frecuencia f = 1/T = 1/3 = **0,333 Hz = f**
y la velocidad de propagación v = λ/T = 0,02/3 = **0,00667 m/s = v**

b) $y(x,t) = Asen(kx - \omega t + \varphi)$ (Sentido positivo del eje x)
k = 2π/λ = 2π/0,02 = **100π = k**, ω = 2π/T = **2π/3 = 2,094 s⁻¹= ω**. De la fig. 1 tenemos que A = 2 cm = 0,02 m
Para el desfase φ aplicamos y(0,0) = 0 ⇨ 0 = Asenφ ⇨ φ = 0 ó π, para ver cual corresponde aplicamos
y(½ ,0) = -0,02 = 0,02sen(π/2 + φ) ⇨ sen(π/2 + φ) = -1 ⇨ π/2 + φ = 3π/2 ⇨ φ = π.
En consecuencia: $y(x,t) = Asen(kx - \omega t + \varphi)$ = $\mathbf{y(x,t) = 0,02sen(100\pi x - \frac{2\pi}{3}t + \pi)}$
Se puede usar con la función coseno o usar ωt – kx, pero el desfase debe recalcularse.

c) $v = \frac{dy}{dt} = -A\omega cos(kx - \omega t + \varphi)$ ⇨ $v_{máx} = A\omega = 0{,}02\frac{2\pi}{3} = \mathbf{0,0419\frac{m}{s} = v_{máx}}$

$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 sen(kx - \omega t + \varphi)$ ⇨ $a_{máx} = A\omega^2 = 0{,}02\left(\frac{2\pi}{3}\right)^2 = 0{,}08\frac{\pi^2}{9} = \mathbf{0,0877\ m/s^2}$ = $\mathbf{a_{máx}}$

12) Las cuerdas de "Lina", el querido violín de Einstein, miden 32.8 cm. Estudiemos la 1ª cuerda, que emite la nota Mi con una frecuencia de 659.3 Hz cuando vibra en el modo fundamental. a) Obtén la longitud de onda de la onda estacionaria en la cuerda, y la longitud de onda del sonido en el aire. b) ¿En qué punto (refiérelo a cualquiera de los dos extremos) se debe presionar la cuerda para producir la nota La, de 880 Hz de frecuencia? c) Einstein toca una melodía emitiendo un sonido de 10^{-6} W de potencia. Te unes a su lado con un violín y sonido idéntico. ¿Cuántos decibelios se medirían a 10 m de vuestra posición, si sólo toca Einstein y si tocáis los dos a la vez? Dato: $I_o = 10^{-12}$ W/m²

a) Las longitudes de ondas de la onda estacionaria de la cuerda son λ = 2L/n que para el caso del primer armónico (modo fundamental) (n=1) será λ = 2L = 2·32,8 = **65,6 cm = λ = 0,656 m**

La longitud de onda en el aire será: $v_{sonido} = \lambda_{aire} \cdot f$ ⇨ $\lambda_{aire} = v_{sonido}/f$ = 340/659,3 = **0,516 m = λ_{aire}**

b) Para producir una nota más alta (f_2=880 Hz), Einstein debe acortar la longitud de la cuerda (L_2) presionando con el dedo. $v_{sonido} = \lambda_{aire} \cdot f = 2L \cdot f$ ⇨ $2L_1f_1 = 2L_2f_2$ ⇨ $L_2 = L_1F_1/f_2$ = 32,8·659,3/880 = 24,6 cm = L_2 esto indica que debemos presionar la cuerda a 32,8 – 24,6 = **8,2 cm** (*del extremo superior del diapasón del violín*)

c) $I_{Einstein} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{10^{-6}}{4\pi 10^2}$ = 7,96·10^{-10} W/m^2 = $I_{Einstein}$ ⇨ los dos =2·7,96·10^{-10} = 1,59·10^{-9} W/m^2

El nivel de intensidad acústica es: $\beta = 10log\frac{I}{I_o} = 10log\frac{7{,}96\cdot 10^{-10}}{10^{-12}}$ = **29db = β Einstein solo**

$10log\frac{1{,}59\cdot 10^{-9}}{10^{-12}}$ = **32db = β los dos**

13) En un concierto de Rihanna se callan los instrumentos y ella canta una nota La de 880 Hz con una potencia de 0,005 W. La presión del aire puede escribirse como: P(x,t) = P_o + ΔPsen(kx – wt –π/2), donde el segundo sumando representa la onda de presión producida por por el sonido de la cantante.
a) Calcula la longitud de onda emitida por Rihanna.
b) Para t = 0 obtén la posición x de dos puntos en los cuales la presión sea la misma que cuando cesa el sonido.
c) ¿Cuántos decibelios mediríamos a 50 cm de la boca de Rihanna? Dato $I_o = 10^{-12}$ W/m^2

a) Longitud de onda λ = v/f = 340/880 = **0,386 m = λ**

b) P(x,t) = P_o + ΔPsen(kx – wt –π/2), La presión cesa cuando ΔP = 0, quedando P(x,t) = P_0 (presión ambiente).

Para que P(x,t) = P_o la función sin(k x - ωt - π/2) debe ser 0, que para t = 0 queda sin(k x - π/2) = 0 ⇨

k x - π/2 = 0, π, 2π … ⇨ kx = π/2, 3π/2, 5π/2 … Y como k = 2π/λ, dos posiciones posibles son:

(2π/λ)x = π/2 ⇨ x = λ/4 = 0,386/4 = **0,0965 m = x**

(2π/λ)x = 3π/2 ⇨ x = 3λ/4 = 3·0,386/4 = **0,2895 m = x**

c) $I_{Rihanna} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{0{,}005}{4\pi 10^2} = 1{,}59 \cdot 10^{-3}$ W/m^2 ⇨ $\beta = 10log\frac{I}{I_o} = 10log\frac{1{,}59\cdot 10^{-3}}{10^{-12}}$ = **92 dB**

14) Un sonómetro mide el nivel de intensidad sonora en el centro de una plaza circular en la que se celebra un concierto de música, y que por condiciones de pandemia, solo se permite al público ocupar una de las filas del aforo, de modo que todos los asistentes están sentados equidistantes al centro de la plaza. El cantante del grupo musical saluda al público gritando desde el escenario, que se encuentra a una distancia de 4 m del centro de la plaza, y el sonómetro marca un nivel de ruido de 75 dB. Una persona del público grita devolviendo el saludo y el instrumento mide una sonoridad de 51.16 dB. A continuación, grita todo el público al unísono registrándose un nivel de intensidad sonora de 78.08 dB. Asumiendo que todos los asistentes gritan con la misma potencia P = 2.01×10^{-3} W, calcula: a) ¿Cuál es la potencia del grito emitido por el cantante? b) la distancia a la que se encuentra el público del centro de la plaza. c) el número de personas que asisten al concierto.

a) $\beta = 10log\frac{I}{I_o}$ = 75 = $10log\frac{I}{10^{-12}}$ ⇨ $I = 3{,}16 \cdot 10^{-5}$ ⇨ $\boldsymbol{I = \frac{P}{4\pi r^2} = 3{,}16 \cdot 10^{-5} = \frac{P}{4\pi 4^2}}$ ⇨

$$P = 6{,}36\cdot 10^{-3}\ W$$

b) La distancia a la que se encuentra el público del centro de la plaza la calculamos por medio de la persona que devuelve el saludo al cantante, ya que todo el público está a la misma distancia, **d**, y grita con la misma potencia **2.01×10^{-3} W**:

$\beta = 10log\frac{I}{I_o}$ = 51,16 = $10log\frac{I}{10^{-12}}$ ⇨ $I = 1{,}31 \cdot 10^{-7}$ ⇨ $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ = $1{,}31 \cdot 10^{-7} = \frac{2{,}01 \cdot 10^{-3}}{4\pi d^2}$ ⇨ **d = 35 m**

c) Para ver cuánto público hay calculamos la potencia total del público sabiendo ya que está a 35 m del sonómetro y todos grita con la misma potencia $2{,}01 \cdot 10^{-3}\ W$:

$\beta = 10log\frac{I}{I_o}$ = 78,08 = $10log\frac{I}{10^{-12}}$ ⇨ $I = 6{,}43 \cdot 10^{-5}$ ⇨ $I = \frac{P}{4\pi r^2}$ = $6{,}43 \cdot 10^{-5} = \boldsymbol{\frac{P}{4\pi 35^2}}$ ⇨

P = 0,989 W = n·$2{,}01 \cdot 10^{-3}$ ⇨ n = **492 personas**

15) Las ondas transversales que se propagan a lo largo de una cuerda larga y tensa en el sentido negativo del eje x lo hacen con una velocidad de 8 m/s, con una amplitud de 7 cm y una longitud de onda de 32 cm. El extremo x = 0 posee su máximo desplazamiento vertical positivo en el instante t = 0.
a) Calcule la frecuencia, el periodo y el número de onda de dichas ondas.
b) Escriba la función de onda que describe dichas ondas.
c) Calcule el módulo y el sentido de la velocidad que tendrá una partícula situada en la posición x = 16 cm en el instante t = 0.05
d) ¿Qué tiempo mínimo debe transcurrir desde el instante t = 0.05 s para que la partícula situada en la posición x = 16 cm vuelva a tener el mismo desplazamiento y la misma velocidad que en ese instante?

a) k = 2π/λ = 2π/0,32 = **19,6 rad/m= k**

$v = \lambda/T$ ⇨ 8 = 0,32/T ⇨ **T = 0,04 s**

f = 1/T = 1/0,04 = **25 Hz = f**

b) Como se desplaza en el sentido negativo de x: $y(x,t) = Acos(kx + \omega t + \varphi)$ (o con seno)

ω=2π/T = 2π/0,04 = 50π

$y(x,t) = Acos(kx + \omega t + \varphi)$ = 0,07cos(19,6x + 50πt + φ)

En y(0,0) la amplitud es máxima (0,07 m) por tanto cos(0 + 0 + φ) = 1 ⇨ φ =0, 2π, 4π …. Tomamos 0

$\boldsymbol{y(x,t)}$ **= 0,07cos(19,6x + 50πt)**

c) $v_y = \frac{dy}{dt}$ = - ω·0,07sen(19,6x + 50πt) = -50π·0,07sen(19,6x + 50πt) = -3,5πsen(19,6x + 50πt) ⇨

v_y = -3,5πsen(19,6·0,16 + 50π·0,05) = 11·(-1) = **11 m/s = v**

Sentido de la velocidad: Como v_y es positivo, la partícula se mueve en el **sentido positivo del eje y (hacia arriba)**.

d) El tiempo mínimo que debe transcurrir para que la partícula en x = 16 cm vuelva a tener las mismas condiciones que en t = 0.05 s es exactamente un periodo, por tanto: **t = 0,04 s**

16) Una onda transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de propagación de 3/4 m s^{-1} , según la ecuación y(x, t) = A sen(kx - ωt + ϕ). En el instante t = 1 s, el punto situado en x = 1 m tiene una aceleración de 27π^2 cm·s^{-2} y una elongación de -3 cm. Además, en el instante t = 0 s el punto situado en x = 0 tiene la máxima elongación, y(0, 0) = 3 cm. Determine: a) La frecuencia angular, el número de onda, la amplitud y la fase inicial de la onda. b) La velocidad de vibración de un punto del medio en el que se propaga la onda, situado a 25 cm del foco emisor, en el instante t = 2 s.

a) En t = 0, x = 0, la elongación es máxima y positiva: y(0,0) = A·sen(φ) = 0,03 m
Para que sea máxima: sen(φ) = 1 → φ = π/2 rad
Por tanto: **A = 0,03 m** y **φ = π/2 rad**

Al ser la velocidad sentido positivo de x ⇨ $y(x,t) = Asen(kx - \omega t + \varphi)$

$v_y = \frac{dy}{dt}$ = -ω$Acos(kx - \omega t + \varphi)$

$a_y = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 sen(kx - \omega t + \varphi)$ ⇨ $a_{máx} = -A\omega^2 \cdot y(x,t)$

Nos dicen que en t = 1 s, x = 1 m: a(1,1) = -ω²·A·sen(k - ω + π/2) = 0,27π²
Y también que en ese instante: y(1,1) = A·sen(k - ω + π/2) = -0,03

Dividiendo ambas ecuaciones tenemos: a(1,1)/y(1,1) = -ω² = -9π² ⇨ **ω = 3π rad/s**

Sabiendo que la velocidad de propagación es 3/4 m s^{-1} y que el número de onda k = ω/v tenemos ⇨

k = 3π/(3/4) = **4π m^{-1} = k**

Ecuación completa: y(x,t) = 0,03·sen(4πx - 3πt + π/2) m

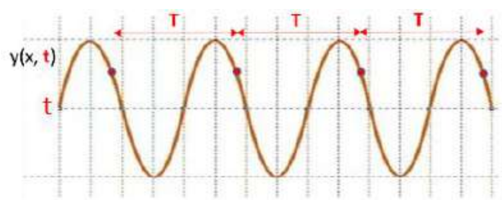
b) La velocidad de vibración de un punto del medio en el que se propaga la onda, situado a x = 0,25 m del foco emisor, en t = 2 s:

$v_y(x,y) =$ -ω$Acos(kx - \omega t + \varphi)$ ⇨ $v_y(0.25,2) =$ = -3π·0,03cos(4π·0,25 - 3π·2 + π/2)

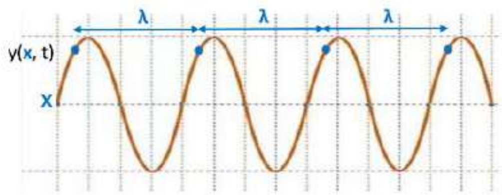
$v_y(0.25,2) =$ **= -0,09πcos(-9π/2) = 0**

17) a) ¿Qué significa que una onda armónica es doblemente periódica? Explíquelo apoyándose en las gráficas correspondientes. b) Una onda armónica transversal se propaga en sentido negativo del eje OX con una velocidad de propagación de 3 m s^{-1}. Si su longitud de onda es de 1,5 m y su amplitud es de 2 m: i) escriba la ecuación de la onda teniendo en cuenta que en el punto x = 0 m y en el instante t = 0 s la perturbación es nula y la velocidad de oscilación es positiva. ii) Determine la velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera del medio.

a) Atendiendo a la ecuación de una onda armónica: $\boldsymbol{y(x,t) = Asen(\omega t - kx)}$ podemos decir que las ondas armónicas son doblemente periódicas, ya que en ellas la oscilación de un punto del medio se repite en el tiempo y en la posición de la siguiente forma



En el tiempo: Si estudiamos el movimiento de un punto x cualquiera del medio, vemos que pasado un tiempo igual al periodo (T), el estado se oscilación volverá a ser el mismo.



En el espacio: Si fijamos un instante de tiempo t cualquiera (una foto de la onda) y estudiamos todos los puntos del medio, vemos que si usamos una distancia igual a la longitud de onda (λ) todos los puntos a distancias λ (o nλ) de un punto dado se encuentran en igual fase.

b) i) Al ser la velocidad sentido negativo de x ⇨ $y(x,t) = Asen(kx + \omega t + \varphi)$

$v = \frac{\lambda}{T} = 3 = \frac{1,5}{T}$ ⇨ $T = 0,5\ s$ ω = $\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,5}$ = 4π rad/s $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1,5} = \frac{4\pi}{3}$ m^{-1}

$y(0{,}0) = Asen(kx + \omega t + \varphi)$ = 0 = $2sen(\varphi)$ ⇨ φ = 0, π, 3π … Tomamos 0 y π y será la que de la velocidad de oscilación positiva (enunciado)

$v_y = \frac{dy}{dt}$ = $\omega Acos(kx + \omega t + \varphi)$ ⇨ $v_y(0{,}0) = \omega Acos(\varphi)$ que será positiva si φ = 0 por tanto

$y(x,t) = Asen(kx + \omega t + \varphi)$ ⇨ $\boldsymbol{y(x,t) = 2sen(\frac{4\pi}{3}x + 4\pi t)}$

b) ii) $v_y = \frac{dy}{dt}$ = $\omega Acos(kx + \omega t + \varphi)$ ⇨ $v_{y\,máx} = A\omega = 2 \cdot 4\pi = \boldsymbol{8\pi \frac{m}{s} = v_{y\,máx}}$

18) Explique las diferencias entre ondas armónicas y ondas estacionarias. Escriba un ejemplo de cada tipo de ondas. b) Una onda transversal, que se propaga en sentido negativo del eje OX, tiene una amplitud de 2 m una longitud de onda de 12 m y la velocidad de propagación es 3 m s-1. Escriba la ecuación de dicha onda sabiendo que la perturbación, y(x,t), toma el valor máximo en el punto x = 0 m, en el instante t = 0 s

a) Las ondas estacionarias son un tipo de ondas armónicas resultantes de la interferencia de dos ondas armónicas idénticas que viajan en sentidos opuestos.

Ondas armónicas:

- Todos los puntos vibran con la misma amplitud.
- La amplitud es constante a lo largo de la onda.
- Transportan energía a través del medio.
- La fase de oscilación varía continuamente de un punto a otro

Ondas estacionarias:

- La amplitud depende de la posición.
- Existen nodos (puntos que no vibran) y vientres (puntos de máxima amplitud).
- No hay propagación neta de energía.
- Todos los puntos entre dos nodos consecutivos oscilan en fase.

b) Al ser la velocidad sentido negativo de x ⇨ $y(x,t) = Asen(kx + \omega t + \varphi)$

k=2π/λ = 2π/12 = π/6 m^{-1} v = λ/T = 3 = 12/T ⇨ T = 4 s ω = 2π/T = 2π/4 = π/2 rad/s

Para calcular el desfase φ aplicamos que la perturbación, y(x,t), toma el valor máximo en el punto x = 0 m, en el instante t = 0 s → $y(0{,}0) = Asen(\varphi)$ ⇨ $y_{máx}$ cuando $sen(\varphi)$ = 1 ⇨ φ = π/2

$$\mathbf{y(x,t) = 2sen}\left(\frac{\pi}{6}x + \frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \boldsymbol{unidades\ S.I.}$$

19) a) ¿Qué significa que dos puntos de la dirección de propagación de una onda armónica estén en fase o en oposición de fase? ¿Qué distancia les separaría en cada caso? b) Una onda armónica de amplitud 0,3 m se propaga hacia la derecha por una cuerda con una velocidad de 2 m s-1 y un periodo de 0,125 s. Determine la ecuación de la onda correspondiente sabiendo que el punto x = 0 m de la cuerda se encuentra a la máxima altura para el instante inicial, justificando las respuestas.

a) Dos puntos están en fase si oscilan exactamente de la misma manera al mismo tiempo.

- Ambos alcanzan su desplazamiento máximo positivo, su desplazamiento cero, y su desplazamiento máximo negativo simultáneamente.
- Tienen la misma velocidad y el mismo sentido de movimiento en todo momento.

Dos puntos están en oposición de fase si oscilan de manera exactamente contraria al mismo tiempo.

- Cuando uno alcanza su desplazamiento máximo positivo, el otro alcanza su desplazamiento máximo negativo, y viceversa.
- Siempre tienen velocidades de la misma magnitud, pero en sentidos opuestos.

Distancia: La distancia que separa dos puntos en fase debe ser un múltiplo entero de la longitud de onda λ.
La distancia que separa dos puntos en oposición de fase debe ser un múltiplo impar de la media longitud de onda λ/2.

b) Si se propaga hacia la derecha $y(x,t) = Asen(kx - \omega t + \varphi)$

A = 0,3 m   v = 2 m/s   T = 0,125 s

v = λ/T ⇨ λ = v·T = 2·0,125 = 0,25 m = λ   k = 2π/λ = 2π/0,25 = 8π m^{-1} ω = 2π/T = 2π/0,125 = 16π rad/s

Si en x = 0 e instante inicial (t=0) se encuentra a la máxima altura (su amplitud) ⇨ senφ = 1 ⇨ φ = π/2

$$\boldsymbol{y(x,t) = (0,3sen(8\pi x - 16\pi t + \frac{\pi}{2})}$$

20) Una onda armónica transversal de frecuencia 2 Hz, de longitud de onda 20 cm y amplitud 4 cm, se propaga por una cuerda en sentido positivo del eje OX. En el instante t=0, la elongación del punto x=0 es $2\sqrt{2}$ cm y su velocidad es positiva. Hallar: 2. a) Ecuación de la onda en el S.I.. b) Velocidad de propagación de la onda c) Velocidad de oscilación de un punto situado en x = 5 cm en función del tiempo. d) Diferencia de fase entre dos puntos separados 1 m.

a) Por ser desplazamiento en sentido positivo de x: $y(x,t) = Asen(kx - \omega t + \varphi)$

k = 2π/λ = 2π/0,2 = 10π m^{-1} ω = 2π/T = 2πf = 2π·2 = 4π rad/s

$y(x,t) = Asen(kx - \omega t + \varphi)$ = 0,04 $sen(10\pi x - 4\pi t + \varphi)$

Como en el instante t=0, la elongación del punto x=0 es $2\sqrt{2}$ cm y su velocidad es positiva.

$y(0,0) = 0{,}04\,sen(\varphi) = 0{,}02\sqrt{2}$ *(pasado a metros)* ⇨ $sen\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ⇨ $\varphi = \frac{\pi}{4}$ *ó* $\frac{3\pi}{4}$

Como la condición es que $v = positvo$ y $v = \frac{dy}{dx} = -4\pi \cdot 0{,}04cos\varphi$ ⇨ con $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ⇨ *v negativo*

Por tanto será $\boldsymbol{\varphi = \frac{3\pi}{4}}$

$$\boldsymbol{y(x,t) = 0{,}04\ sen\left(10\pi x - 4\pi t + \frac{3\pi}{4}\right)}$$

b) **v** = λ/T = λf = 0,2·2 = **0,4 m/s = v** no confundir la velocidad de propagación de la onda (o velocidad de fase) **v** = λ/T con la velocidad de vibración de una partícula del medio, (o velocidad transversal) $v = \frac{dy}{dx} = -\omega Asen(kx - \omega t + \varphi)$

c) $v = \frac{dy}{dx} = -\omega Acos(kx - \omega t + \varphi)$ ⇨ $v(0.05,t) = -0{,}16\pi cos(10\pi \cdot 0{,}05 - 4\pi t + \frac{3\pi}{4})$

$v(0.05,t) = -0{,}16\pi\cos\left(0{,}5\pi - 4\pi t + \frac{3\pi}{4}\right) = -0{,}16\pi cos\left(-4\pi t + \frac{5\pi}{4}\right) == 0{,}16\pi cos\left(4\pi t - \frac{5\pi}{4}\right)$

$$\boldsymbol{v(0.05,t) = 0{,}16\pi cos\left(4\pi t - \frac{5\pi}{4}\right)}$$

d) La fase de un punto en la posición x en un instante t es: ϕ(x,t) = kx - ωt + φ

Δϕ = [k(x + Δx) - ωt + φ] - [kx - ωt + φ] = k·Δx = 10π·1 = **10π = Δϕ**