EJERCICIOS RESUELTOS DE CAMPO ELÉCTRICO

Todos los ejercicios son de pruebas de PAU de distintos años y comunidades.

No siguen ningún orden de dificultad.

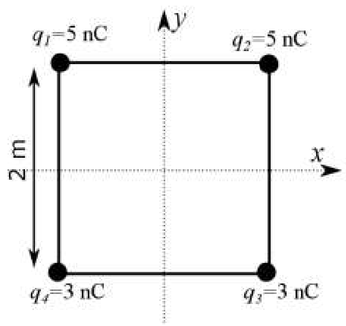
Luis Pardillo Vela https://fisicayquimicaluis.wixsite.com/esoybach

1) Dos cargas eléctricas puntuales fijas A y B, de signos opuestos y alineadas a lo largo del eje X, están separadas una distancia de 2 m. La carga A es 9 veces mayor que la carga B. Calcular en qué punto del eje X se encontraría en equilibrio una carga C del mismo signo que la carga A y el mismo valor absoluto que la carga B.
a) Razónese brevemente y con claridad si la carga C debe encontrarse situada en el segmento que une a las cargas A y B o si se encontrará fuera del mismo (es muy conveniente hacer esquemas claros de cada situación). b) Para los cálculos de la posición tómese la carga A situada en el origen de coordenadas.

2) Una carga situada en un punto del plano xy da lugar a un potencial de 54 V y a un campo eléctrico $\vec{E}$ = -180 $\vec{j}$ V/m en el origen de coordenadas. a) Determine el valor de la carga y su posición. b) Se trae una segunda carga desde el infinito hasta el origen de coordenadas, proceso en el que la fuerza ejercida por la primera carga realiza un trabajo de −270 nJ. Determine el valor de la segunda carga.
Dato: Constante de la ley de Coulomb, K = $9\cdot10^9$ N m^2 C^{-2}

3) Una carga eléctrica q_1 = $+2\cdot10^{-5}$ C se encuentra a 6 m de otra carga q_2 que ejerce sobre ella una fuerza repulsiva de 0.025 N. Ambas cargas se encuentran fijas en sus posiciones de modo que no pueden moverse. El valor de la constante de la ley de Coulomb es k = $9\cdot10^9$ N m^2 C^{-2}. a) Calcular el campo eléctrico en el punto medio del segmento que une las dos cargas. Indicar mediante un esquema su dirección y su sentido. b) Calcular la energía potencial electrostática del sistema formado por las dos cargas y el potencial en el punto medio del segmento que las une. c) Determinar el trabajo necesario para llevar hasta el punto medio del segmento que une a q_1 y q_2 una tercera carga q_3 = $+10^{-8}$ C procedente del infinito. ¿Qué signo tiene este trabajo y cómo se interpreta?

4) En los vértices de un cuadrado de lado 2 m y centrado en el origen de coordenadas se sitúan cuatro cargas eléctricas, tal y como se muestra en la figura.
a) Obtenga el campo eléctrico creado por las cargas en el centro del cuadrado.
b) Si desde el centro del cuadrado se lanza un electrón con una velocidad $\vec{v}$ =$3\cdot10^4$ $\vec{j}$ ms^{-1}, calcule el módulo de la velocidad que llevará el electrón en el instante en el que salga del cuadrado por el punto medio del lado superior.



Datos: Constante de la ley de Coulomb, K = $9\cdot10^9$ Nm^{2}C^{-2}; Valor absoluto de la carga del electrón, e = $1{,}6\cdot10^{-19}$ C; Masa del electrón, m_e = $9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

5) Una carga puntual de 2 µC se encuentra situada en el origen de coordenadas. a) Aplicando el teorema de Gauss, obtenga el flujo del campo eléctrico a través de una superficie esférica de 10 mm de diámetro centrada en el origen. b) Utilizando el valor del flujo obtenido en el apartado anterior, calcule el módulo del campo eléctrico en puntos situados a 5 mm de la carga. Dato: Permitividad eléctrica del vacío, ε_0 = $8{,}85\cdot10^{-12}$ C^2 N^{-1} m^{-2}

6) Una esfera conductora de 1 cm de radio tiene una carga de +6 nC. A 100 metros de distancia hay otra esfera conductora de radio 2 cm cuyo potencial es +1800 V. a) Calcular el potencial de la primera esfera y la carga de la segunda. b) Calcular el potencial y el campo eléctrico en el punto medio de la distancia entre las dos esferas. Indicar mediante un diagrama el sentido del campo. c) Si las dos esferas se conectan mediante un conductor ideal que no almacena carga y que permite el libre paso de cargas de una a otra, ¿cuál es la carga final de cada esfera? Constante de la ley de Coulomb: $k = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}; 1 nC = 10^{-9} C.

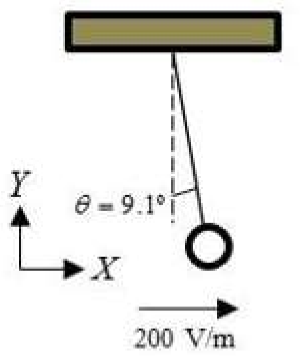
7) Dos cargas puntuales de valores q_1 = 3 nC y q_2 = -5 nC están situadas en los puntos (0, 6) m y (8, 6) m, respectivamente. Calcule: a) El campo eléctrico en el origen de coordenadas. b) El trabajo realizado por el campo para trasladar un electrón desde el origen de coordenadas hasta el punto (4, 3) m. Datos: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}, Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

8) Se tienen dos esferas conductoras de radios 4.5 cm y 9 cm, aisladas entre sí y separadas una distancia de 100 m entre sus centros. Las dos esferas tienen inicialmente la misma carga q_0. a) Sabiendo que el potencial en el punto medio de la distancia que las separa es 3.6 V, calcular la carga q_0 y el potencial de cada esfera. b) Si las dos esferas se ponen en contacto mediante un hilo conductor muy fino cuya capacidad de almacenar carga puede despreciarse, calcular el potencial final al que quedan ambas esferas y la carga de cada una de ellas. Explicar cuál es el fundamento físico en que nos basamos para hacer los cálculos correspondientes. Constante de Coulomb k = 9·109 N·m^2·C^{-2}.

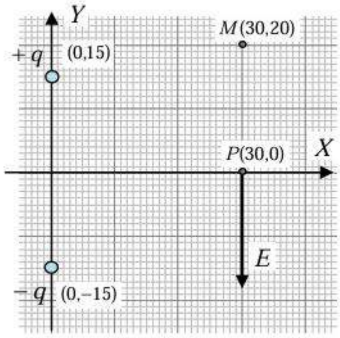
9) Dos pequeñas esferas de 5 g de masa cada una y la misma carga q, se cuelgan suspendidas del mismo punto mediante hilos iguales de masa despreciable e igual longitud L = 75 cm. Calcula cuál debe ser el valor de la carga para que los hilos formen entre sí 60º al alcanzar el equilibrio. ¿Cuál es entonces el valor de la fuerza de repulsión entre las bolitas y la tensión de cada hilo? Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ N·m^2·C^{-2}; g= 9,8 m/s

10) Tres cargas iguales, de 9 µC cada una, están situadas en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 cm y 8 cm.
a) Calcular el módulo de la fuerza que, sobre la carga situada en el vértice del ángulo recto, ejercen las otras dos cargas. Dibujar un diagrama ilustrativo, mostrando todas las fuerzas que actúan sobre esa carga.
b) Calcular el trabajo necesario para transportar la carga situada en el vértice del ángulo recto desde su posición hasta el punto medio del segmento que une las otras dos cargas.

11) En el laboratorio de física tenemos una pequeña bola de 50 g de masa que está cargada eléctricamente con una carga *q* y se encuentra suspendida del techo mediante un hilo aislante.
En este laboratorio se dispone de un sistema que permite establecer un campo eléctrico en la dirección que se prefiera, horizontal o vertical.
a) Cuando establecemos un campo eléctrico de 200 V/m en la dirección del eje X positivo, el ángulo del hilo con la vertical es 9.1º (véase figura). Hallar la carga *q* de la bola y su signo.
b) Cuando se anula el campo en la dirección horizontal y en su lugar se establece un campo eléctrico en la dirección vertical, la tensión del hilo es igual a la mitad del peso de la bola. Calcular el valor de este campo vertical y su sentido.
c) ¿Qué campo hay que establecer, y en qué sentido, para que la tensión del hilo sea igual a cero? Tómese la aceleración de la gravedad $g = 10$ m·s^{-2}



12) En el sistema de coordenadas de la figura, cuyas distancias se miden en metros, hay dos cargas eléctricas del mismo valor absoluto y signos contrarios que se encuentran fijadas en las posiciones (0, 15) –la carga positiva- y (0, -15) –la carga negativa-. El vector campo eléctrico en el punto P (30,0) está dirigido verticalmente hacia abajo y su módulo es igual a 161 V/m. La constante de la ley de Coulomb es $k = 9\cdot10^9 N\cdot m^2/C^2$.

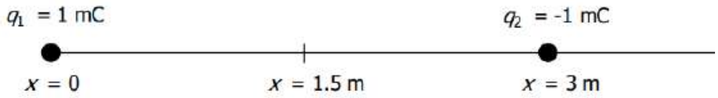


Todas las coordenadas en metros

(a) Calcular el valor absoluto q de las cargas que crean el campo.
(b) Sabiendo que el potencial en el punto M(30, 20) es igual a 2265,3 V, determinar el trabajo necesario para trasladar una carga de -10^{-9}C desde M hasta P.
(c) Respecto al trabajo a que se refiere el apartado anterior: ¿es un trabajo que hace el campo eléctrico o debe hacerlo un agente externo? Explicar.

13) Dos cargas eléctricas puntuales de 4μC y -2μC se encuentran situadas en los puntos (1,0) y (0,2), respectivamente, donde las coordenadas x e y de dichos puntos vienen dadas en metros. Calcule:
a) El potencial eléctrico en el punto (2,1).
b) El vector intensidad de campo electroestático en el punto (0,0).
c) El trabajo necesario para llevar una carga de -1C desde el punto (0,0) al (2,1). Explique el significado del signo del trabajo.

14) La carga positiva q_1 está fija (sin poder moverse) en el origen. La carga negativa q se encuentra inicialmente a 3 m y empieza a moverse hacia partiendo del reposo.



Calcula: a) El campo eléctrico en x = 1.5 m en el instante inicial.
b) La fuerza que experimenta q_2 en los puntos x = 3 m y x = 1.5 m.
c) La energía potencial del sistema cuando está en x = 3 m y en x = 1.5 m, y la energía cinética de q_2 en x = 1.5 m.

RESOLUCIONES

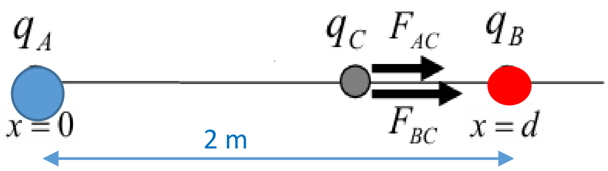
Todos los ejercicios son de pruebas de PAU de distintos años y comunidades.

No siguen ningún orden de dificultad.

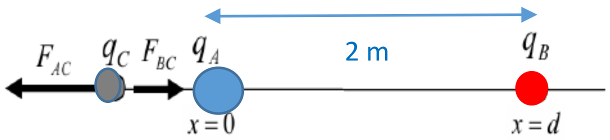
Luis Pardillo Vela https://fisicayquimicaluis.wixsite.com/esoybach

1) Dos cargas eléctricas puntuales fijas A y B, de signos opuestos y alineadas a lo largo del eje X, están separadas una distancia de 2 m. La carga A es 9 veces mayor que la carga B. Calcular en qué punto del eje X se encontraría en equilibrio una carga C del mismo signo que la carga A y el mismo valor absoluto que la carga B.
a) Razónese brevemente y con claridad si la carga C debe encontrarse situada en el segmento que une a las cargas A y B o si se encontrará fuera del mismo (es muy conveniente hacer esquemas claros de cada situación). b) Para los cálculos de la posición tómese la carga A situada en el origen de coordenadas.

Supongamos la carga C entre A y B:
Como q_c tiene igual signo que q_A F_{AC} la repele hacia la derecha, mientras que q_B de sentido contrario la atrae a la derecha → **no se pueden anular.**

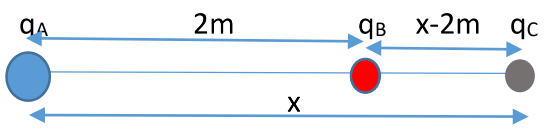


Supongamos q_c a la izquierda de q_A → la repulsión es a la izquierda y q_b la atrae a la derecha → **no se pueden anular.**



En consecuencia tiene que estar a la derecha de q_b de forma que se puedan anular la atracción hacia q_B con la repulsión de q_A.

Tiene que cumplirse que $|F_{AC}| = |F_{Bc}|$ no sabemos los signos de las cargas, solo sabemos que F_{AC} es de repulsión y F_{BC} atracción.



$|F_{AC}| = |F_{Bc}|$ → $k\frac{q_A q_C}{x^2} = k\frac{q_{AB} q_C}{(x-2)^2}$ → $\frac{9 \cdot q}{x^2} = \frac{q}{(x-2)^2}$ → $\frac{3}{x} = \frac{1}{(x-2)}$ → **x = 3 m**

2) Una carga situada en un punto del plano xy da lugar a un potencial de 54 V y a un campo eléctrico $\vec{E}$ = -180 $\vec{j}$ V/m en el origen de coordenadas. a) Determine el valor de la carga y su posición. b) Se trae una segunda carga desde el infinito hasta el origen de coordenadas, proceso en el que la fuerza ejercida por la primera carga realiza un trabajo de –270 nJ. Determine el valor de la segunda carga.
Dato: Constante de la ley de Coulomb, K = $9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}

a) Como $V = \frac{KQ}{r}$, y el potencial es de 54 V (positivo) ⇨ la carga es positiva.

Por tanto tenemos $54 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q}{r}$ (1)

Como $\vec{E}$ = -180 ĵ V/m, el campo apunta en dirección -y (hacia abajo).
Para una carga positiva, el campo apunta radialmente hacia afuera, por lo que si $\vec{E}$ apunta hacia -y, la carga debe estar en el eje +y.

Podemos plantear la expresión $|E| = k\frac{Q}{r^2}$ → $180 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{Q}{r^2}$ (2)

Si dividimos la primera expresión (1) entre la (2) obtenemos R = 54/180 = 0,3 → posición (x,y) → **(0;0,3)**

Aplicando (1) → $54 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q}{0{,}3}$ → **Q = + 1,8·10^{-9} C**

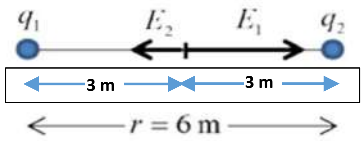
b) El trabajo que realiza el campo (de la primera carga) al traer una carga q_2 desde ∞ hasta el origen vale

$W_{\infty \to 0} = - Q_2(V_o - V_\infty)$ → $-270 \cdot 10^{-9} = -Q_2\,(54 - 0)$ → **Q_2 = + 5·10^{-9} C**

La carga Q_2 es igualmente positiva como Q por ello el trabajo del campo era negativo **−270 nJ.**

3) Una carga eléctrica $q_1 = +2 \cdot 10^{-5}$ C se encuentra a 6 m de otra carga q_2 que ejerce sobre ella una fuerza repulsiva de 0.025 N. Ambas cargas se encuentran fijas en sus posiciones de modo que no pueden moverse. El valor de la constante de la ley de Coulomb es $k = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}. a) Calcular el campo eléctrico en el punto medio del segmento que une las dos cargas. Indicar mediante un esquema su dirección y su sentido. b) Calcular la energía potencial electrostática del sistema formado por las dos cargas y el potencial en el punto medio del segmento que las une. c) Determinar el trabajo necesario para llevar hasta el punto medio del segmento que une a q_1 y q_2 una tercera carga $q_3 = +10^{-8}$ C procedente del infinito. ¿Qué signo tiene este trabajo y cómo se interpreta?

a) Primero calculamos q_2:



$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$ → $0{,}025 = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-5} q_2}{6^2}$ → **q_2 = + 5·10^{-6} C**

Es positiva como la q_1 ya que hay repulsión.

Calculamos ahora los campos creados por q_1 y q_2:

$E_1 = k\frac{q_1}{{r_1}^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-5}}{3^2} = 2 \cdot 10^4$ V/m sentido a q_2 (a la derecha, ver figura)

$E_2 = k\frac{q_2}{{r_2}^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-6}}{3^2} = 5 \cdot 10^3$ V/m sentido a q_1 (a la izquierda, ver figura)

El campo en el punto medio es: $E = E_1 - E_2 = 2 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^3 =$ **1,5·10^4 V/m**

en sentido a q_2 por ser q_1 más positiva

b) Energía potencial del sistema $q_1 - q_2$ → $E_p = k\frac{q_1 q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{6} =$ **0,15 J = E_p**

Potencial $V_1 = k\frac{q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-5}}{3} = 6 \cdot 10^4$ V

Potencial $V_2 = k\frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-6}}{3} = 1{,}5 \cdot 10^4$ V

Potencial punto medio: $V = V_1 + V_2 = 6 \cdot 10^4 + 1{,}5 \cdot 10^4 =$ **75.000 V**

c) $W_{\infty \to punto\ medio} = -\Delta Ep = -q\left(V_{punto\ medio} - V_\infty\right)$

$$W_{\infty \to punto\ medio} = -(+10^{-8}) \cdot (75.000 - 0) = \boldsymbol{-7{,}5 \cdot 10^{-4} J = W_{\infty \to punto\ medio}}$$

Para acercar la carga q_3(+) hasta el punto entre las otras dos debe hacerse trabajo, ya que el potencial en ese punto es positivo y por lo tanto la carga q_3 (+) será repelida, si se pretende colocarla allí, es preciso aportar trabajo externo.

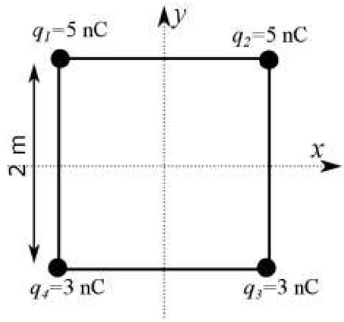
Como el enunciado dice “determinar el trabajo necesario para llevar hasta …” podemos deducir que el trabajo lo realiza una fuerza externa y podemos aplicar $W_{externo} = \Delta Ep = q\left(V_{punto\ medio} - V_\infty\right)$ →

$$W_{externo} = (+10^{-8}) \cdot (75.000 - 0) = +\boldsymbol{7{,}5 \cdot 10^{-4} J = W_{externo\ de\ \infty \to punto\ medio}}$$

4) En los vértices de un cuadrado de lado 2 m y centrado en el origen de coordenadas se sitúan cuatro cargas eléctricas, tal y como se muestra en la figura.

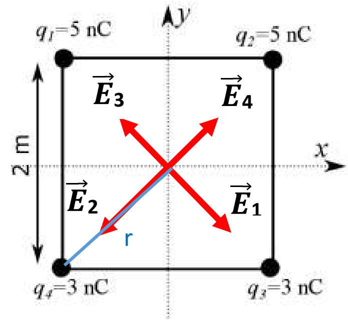
a) Obtenga el campo eléctrico creado por las cargas en el centro del cuadrado.

b) Si desde el centro del cuadrado se lanza un electrón con una velocidad $\vec{v}$ =3·10⁴ $\vec{j}$ ms⁻¹, calcule el módulo de la velocidad que llevará el electrón en el instante en el que salga del cuadrado por el punto medio del lado superior.



Datos: Constante de la ley de Coulomb, K = 9·10⁹ Nm²C⁻²; Valor absoluto de la carga del electrón, e = 1,6·10⁻¹⁹ C; Masa del electrón, m_e = 9,1·10⁻³¹ kg.

Como las cuatro cargas son positivas la dirección del campo sale de cada una de ellas.



a) $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = K\frac{Q}{r^2}\overrightarrow{u_r}$ y para las cuatro cargas r = $\sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$ m

Observando el dibujo vemos que las componentes en X se anulan (la de $\vec{E}_2$ con $\vec{E}_1$ y la de $\vec{E}_4$ con $\vec{E}_3$) y las de Y se suman en el lado positivo de Y las componentes de $\vec{E}_4$ con $\vec{E}_3$ y en el lado negativo de Y las de $\vec{E}_2$ con $\vec{E}_1$.

$\vec{E} = K\frac{q_1+q_2-q_3-q_4}{r^2}$ cos45°($-\vec{j}$) = $9{\cdot}10^9\frac{(5+5-3-3)10^{-9}}{(\sqrt{2})^2}\ 0{,}707(-\vec{j})$ → $\vec{E}$ = **-12,73 $\vec{j}$ N/C**

b) Para calcular la velocidad de salida por el punto medio del lado superior, aplicamos la conservación de la energía mecánica (las fuerzas que actúan son conservativas) y teniendo en cuenta que E_p = qV donde q es un electrón (e^-):

$$E_i = \frac{1}{2}mv_i^2 + (-e)V_i = E_f = \frac{1}{2}mv_f^2 + (-e)V_f$$

donde *e* es la carga del electrón

Despejando, obtenemos:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + (-e)\left(V_i - V_f\right) \Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2(-e)}{m}(V_i - V_f) + v_i^2}$$

Los potenciales inicial y final son:

$$V_i = V(0,0) = K\frac{5\text{ nC} + 5\text{ nC} + 3\text{ nC} + 3\text{ nC}}{d} = K\frac{16\text{ nC}}{\sqrt{2}} = 72\sqrt{2} = 101{,}82\text{ V}$$

$$V_f = V(1,0) = K\frac{5\text{ nC} + 5\text{ nC}}{1} + K\frac{3\text{ nC} + 3\text{ nC}}{\sqrt{5}} = 114{,}15\text{ V}$$

Sustituyendo los valores en la expresión de la velocidad final, obtenemos:

$$v_f = \sqrt{\frac{2q}{m}(V_i - V_f) + v_i^2} = \sqrt{\frac{2\cdot(-1{,}6{\cdot}10^{-19})}{9{,}1{\cdot}10^{-31}}(72\sqrt{2} - 114{,}15) + (3{\cdot}10^4)^2} =$$ **2,08·10⁶ m/s**

5) Una carga puntual de 2 μC se encuentra situada en el origen de coordenadas. a) Aplicando el teorema de Gauss, obtenga el flujo del campo eléctrico a través de una superficie esférica de 10 mm de diámetro centrada en el origen. b) Utilizando el valor del flujo obtenido en el apartado anterior, calcule el módulo del campo eléctrico en puntos situados a 5 mm de la carga. Dato: Permitividad eléctrica del vacío, ε_0 = 8,85·10⁻¹² C² N⁻¹ m⁻²

a) Usamos el teorema de Gauss usando como superficie una esfera centrada en el origen de coordenadas con 5 mm de radio (el enunciado indica 10 mm de diámetro).

$\phi = \vec{E}\cdot\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{2\cdot10^{-6}}{8{,}85\cdot10^{-12}}$ = **2,26·10⁵ m²·N·C⁻¹**

b) Para calcular el módulo del campo a 5 mm de la carga aplicamos $\phi = \vec{E} \cdot \vec{S}$

$\phi = |\vec{E}| \cdot |\vec{S}| \rightarrow 2{,}26 \cdot 10^5 = |\vec{E}| \cdot 4\pi r^2 \rightarrow |\vec{E}| = \frac{2{,}26 \cdot 10^5}{4\pi \cdot 0{,}005^2} =$ **$7{,}19 \cdot 10^8$ N·C^{-1}**

6) Una esfera conductora de 1 cm de radio tiene una carga de +6 nC. A 100 metros de distancia hay otra esfera conductora de radio 2 cm cuyo potencial es +1800 V. a) Calcular el potencial de la primera esfera y la carga de la segunda. b) Calcular el potencial y el campo eléctrico en el punto medio de la distancia entre las dos esferas. Indicar mediante un diagrama el sentido del campo. c) Si las dos esferas se conectan mediante un conductor ideal que no almacena carga y que permite el libre paso de cargas de una a otra, ¿cuál es la carga final de cada esfera? Constante de la ley de Coulomb: k = $9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}; 1 nC = 10^{-9} C.

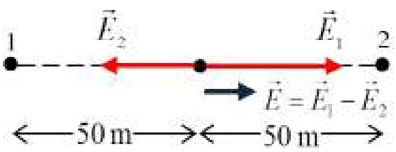
a) Veamos el potencial de la esfera de r = 1 cm: $V_1 = k\frac{q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{6 \cdot 10^{-9}}{0{,}01} =$ **$5400\ V = V_1$**

A ahora la carga q_2: $V_2 = k\frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{q_2}{0{,}02} \rightarrow$ **$q_2 = 4 \cdot 10^{-9}$ C**

b) El potencial en el punto medio será la suma de los dos potenciales V_1 y V_2 a una distancia de 50 m:

$V = V_1 + V_2 = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{6 \cdot 10^{-9}}{50} + 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-9}}{50} = \mathbf{1{,}8\ V = V_{punto\ medio}}$

Campo eléctrico (ver esquema)



$E = E_1 - E_2 = k\frac{q_1}{r^2{}_1} - k\frac{q_2}{r^2{}_2} = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{6 \cdot 10^{-9} - 4 \cdot 10^{-9}}{50^2}\right) = \mathbf{0{,}0072\ \frac{V}{m} = E}$

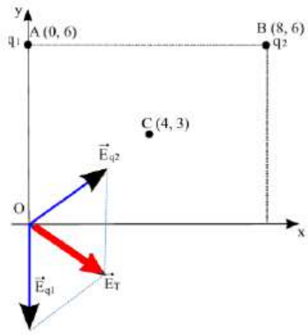
c) Al poner las dos esferas conectadas se pasarán carga de una a otra hasta alcanzar el mismo potencial (equilibrio electrostático), es decir $V_1 = V_2$ y la carga total se conserva $\rightarrow Q_1 + Q_2 = (6 + 4)$nC = 10 nC.

$k\frac{Q_1}{r_1} = k\frac{Q_2}{r_2}$ y $Q_1 + Q_2 = 10^{-8} \rightarrow Q_2 = Q_1\frac{r_2}{r_1}$ y $Q_2 = 10^{-8} - Q_1 \rightarrow Q_1 = (10^{-8} - Q_1)\frac{0{,}02}{0{,}01} \rightarrow$ **$Q_1 = 3{,}33 \cdot 10^{-9}$ C**

$Q_1 + Q_2 = 10^{-8} \rightarrow$ **$Q_2 = 6{,}67 \cdot 10^{-9}$ C**

7) Dos cargas puntuales de valores q_1 = 3 nC y q_2 = -5 nC están situadas en los puntos (0, 6) m y (8, 6) m, respectivamente. Calcule: a) El campo eléctrico en el origen de coordenadas. b) El trabajo realizado por el campo para trasladar un electrón desde el origen de coordenadas hasta el punto (4, 3) m. Datos: Constante de la ley de Coulomb, K = $9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}, Valor absoluto de la carga del electrón, e = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

a)



Campo de q_1 (Eq1):

La carga q_1 es positiva, por lo que su campo apunta en la dirección opuesta a su posición, es decir, hacia el eje Y negativo ($-\vec{j}$)

La distancia al origen es r_1 = 6 m.

La magnitud del campo es: $E_{q1} = k\frac{|q_1|}{r_1{}^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{3 \cdot 10^{-9}}{6^2} = 0{,}75$ N/CEl

El vector campo es: $\vec{E}_{q1} = -0{,}75\,\vec{j}$ N/C

Campo de q_2 (E_{q2}):

La carga q_2 es negativa, por lo que su campo en el origen apunta hacia ella, es decir, en la dirección del eje X positivo y del eje Y negativo.

La distancia de B (q_1) al origen es $r^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \rightarrow r = 10$ m

La magnitud del campo es: $E_{q2} = k\frac{|q_2|}{{r_2}^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{|5\cdot10^{-9}|}{10^2} = 0{,}45$ N/C

El vector que apunta desde el origen hacia la carga es $r=(8-0)\vec{\imath}+(6-0)\vec{\jmath} = 8\vec{\imath} + 6\vec{\jmath}$

El vector campo es: $\vec{E}_{q2} = 0{,}45(8\vec{\imath} + 6\vec{\jmath}) = 0{,}36\vec{\imath} + 0{,}27\vec{\jmath}$ N/C

Campo total E_T:

$\vec{E}_T = \vec{E}_{q1} + \vec{E}_{q2} = -0{,}75\,\vec{\jmath} + 0{,}36\vec{\imath} + 0{,}27\vec{\jmath} \rightarrow \boldsymbol{\vec{E}_T = 0{,}36\vec{\imath} - 0{,}48\vec{\jmath}}$ **N/C**

b) **Trabajo realizado**

El trabajo realizado por el campo para mover una carga es igual a la carga por la diferencia de potencial entre el punto inicial (origen) y el punto final.

$W_{\text{realizado por el campo de 0 a C}} = -q\Delta V = -q(V_C - V_0) =$

Para calcular V_C necesitamos la distancia de A y B a C que es 5 m (la mitad de la OB)

$$V_C = V_{q1\,C} + V_{q2\,C} = k\frac{q_1}{r_{q1\,c}} + k\frac{q_2}{r_{2q2\,c}} = 9\cdot10^9\left(\frac{3\cdot10^{-9}}{5} + \frac{-5\cdot10^{-9}}{5}\right) = -3{,}6 \text{ V}$$

$$V_O = V_{q1\,O} + V_{q2\,O} = k\frac{q_1}{r_{q1\,o}} + k\frac{q_2}{r_{q2\,o}} = 9\cdot10^9\left(\frac{3\cdot10^{-9}}{6} + \frac{-5\cdot10^{-9}}{10}\right) = 0 \text{ V}$$

$W_{\text{realizado por el campo de 0 a C}} = -q(V_C - V_0) = -(-1{,}6\cdot10^{-19})(-{,}3{,}6 - 0) =$ **$-5{,}76\cdot10^{-19}$ J = $W_{\text{realizado por el campo de 0 a C}}$**

El trabajo realizado por el campo es negativo al ser un trabajo en contra del campo al trasladar una carga negativa a potenciales menores, es necesaria una fuerza exterior para realizar el trabajo de $5{,}76\cdot10^{-19}$ J

8) Se tienen dos esferas conductoras de radios 4.5 cm y 9 cm, aisladas entre sí y separadas una distancia de 100 m entre sus centros. Las dos esferas tienen inicialmente la misma carga q_0. a) Sabiendo que el potencial en el punto medio de la distancia que las separa es 3.6 V, calcular la carga q_0 y el potencial de cada esfera. b) Si las dos esferas se ponen en contacto mediante un hilo conductor muy fino cuya capacidad de almacenar carga puede despreciarse, calcular el potencial final al que quedan ambas esferas y la carga de cada una de ellas. Explicar cuál es el fundamento físico en que nos basamos para hacer los cálculos correspondientes. Constante de Coulomb k = 9·109 $N\cdot m^2\cdot C^{-2}$.

Las esferas de pocos centímetros separadas 100 m podemos considerarlas cargas puntuales.

a) El potencial en el punto medio (3,6 V) es la suma de los potenciales de cada carga q_o a 50 m:

$V_m = 3{,}6 = k\frac{q_0}{r} + k\frac{q_0}{r} = 2k\frac{q_0}{r} = 2\cdot9\cdot10^9\frac{q_0}{50} = 3{,}6 \rightarrow$ **$q_0 = 1\cdot10^{-8}$ C**

Y sus potenciales: $V = k\frac{q}{r} \Rightarrow V_{r\,4{,}5} = 9\cdot10^9\frac{10^{-8}}{0{,}045} = \boldsymbol{2000\ V = V_{r\,4{,}5}}$ y $\boldsymbol{V_{r\,9}} = 9\cdot10^9\frac{10^{-8}}{0{,}09} =$ **1000 V**

b) Al poner las dos esferas conectadas se pasarán carga de una a otra hasta alcanzar el mismo potencial (equilibrio electrostático), es decir $V_1 = V_2$ y la carga total se conserva, la q final de radio 4,5 cm ($q_{r\,4{,}5}$) más la q de radio 9 cm ($q_{r\,9}$) deben sumar los $2q_o$ iniciales:

$q_{r\,4{,}5} + q_{r\,9} = 2q_o$ $\quad V = k\frac{q_{r\,4{,}5}}{r_{4{,}5}} = k\frac{q_{r\,9}}{r_9} \rightarrow \frac{q_{r\,4{,}5}}{0{,}045} = \frac{q_{r\,9}}{0.09} \rightarrow q_{r\,9} = 2q_{r\,4{,}5}$

$q_{r\,4{,}5} + q_{r\,9} = 2q_o$ y $q_9 = 2q_{4{,}5} \rightarrow q_{r\,4{,}5} + 2q_{r\,4{,}5} = 2q_o = 2\cdot1\cdot10^{-8} \rightarrow 3q_{r\,4{,}5} = 2\cdot1\cdot10^{-8} \rightarrow$ **$q_{r\,4{,}5} = 6{,}667\cdot10^{-9}$ C**

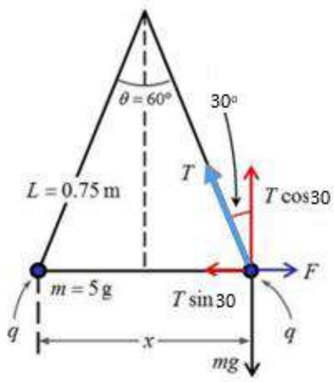
$2q_{4{,}5} =$ **$q_{r\,9} = 1{,}333\cdot10^{-8}$ C**

$V = k\frac{q}{r} = 9\cdot10^9\frac{1{,}333\cdot10^{-8}}{0{,}09} =$ **1333 V = $V_{r\,4{,}5} = V_{r\,9}$**

9) Dos pequeñas esferas de 5 g de masa cada una y la misma carga q, se cuelgan suspendidas del mismo punto mediante hilos iguales de masa despreciable e igual longitud L = 75 cm. Calcula cuál debe ser el valor de la carga para que los hilos formen entre sí 60º al alcanzar el equilibrio. ¿Cuál es entonces el valor de la fuerza de repulsión entre las bolitas y la tensión de cada hilo? Dato: k = 9·10^9 N·m^2·C^{-2}; g= 9,8 m/s

Ver esquema:

La suma de la fuerza de repulsión eléctrica y la fuerza del peso de la carga será la fuerza de tensión del hilo, y los hilos forman entre si un ángulo de 60° que es lo mismo que 30° con la vertical.



mg = T·cos30 → T = $\frac{mg}{cos30} = \frac{0{,}005 \cdot 9{,}8}{cos30} = 5{,}66 \cdot 10^{-2}$ N

F = T·sin30 = 5,66·10^{-2}·0,5 = 2,83·10^{-2} N

Esta es la fuerza de repulsión, pero para calcular la carga necesitamos conocer la distancia entre la dos cargas:

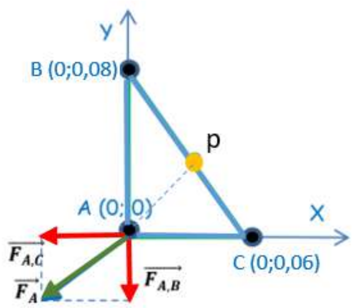
x = 2·Lcos60 = 2·0,75cos60 = 0,75 m (lo cual es lógico ya que es un triángulo equilátero)

F = $k\frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{q^2}{0{,}75^2} = 2{,}83 \cdot 10^{-2} \rightarrow \boldsymbol{q = 1{,}33 \cdot 10^{-6}}$ **C**

10) Tres cargas iguales, de 9 µC cada una, están situadas en los vértices de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 cm y 8 cm.

a) Calcular el módulo de la fuerza que, sobre la carga situada en el vértice del ángulo recto, ejercen las otras dos cargas. Dibujar un diagrama ilustrativo, mostrando todas las fuerzas que actúan sobre esa carga.

b) Calcular el trabajo necesario para transportar la carga situada en el vértice del ángulo recto desde su posición hasta el punto medio del segmento que une las otras dos cargas.



$\boldsymbol{a)}\quad \overrightarrow{F_A} = \overrightarrow{F_{AC}} + \overrightarrow{F_{AB}} = k\frac{q_A q_C}{r^2}(-\vec{\imath}) + k\frac{q_A q_B}{r^2}(-\vec{\jmath})$

$\overrightarrow{F_A} = 9 \cdot 10^9 \frac{(9 \cdot 10^{-9})^2}{0{,}06^2}(-\vec{\imath}) + 9 \cdot 10^9 \frac{(9 \cdot 10^{-9})^2}{0{,}08^2}(-\vec{\jmath})$ = -2,025·10$^{-4}\vec{\imath}$ – 1,14·10$^{-4}\vec{\jmath}$

$|\overrightarrow{F_A}| = \sqrt{(-2{,}025 \cdot 10^{-4})^2 + (-1{,}14 \cdot 10^{-4})^2}$ = **2,32·10^{-4} J = $|\overrightarrow{F_A}|$**

b) $W_{A \rightarrow p}$ = - ΔEp = -(Ep$_p$ – Ep$_A$)

Ep$_A$ = Ep$_{AC}$ + Ep$_{AB}$ = $k\frac{q_A q_C}{r_{AC}} + k\frac{q_A q_{CB}}{r_{AB}} = kq_A\left(\frac{q_C}{r_{AC}} + \frac{q_B}{r_{AB}}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-6}\left(\frac{9 \cdot 10^{-6}}{0{,}06} + \frac{9 \cdot 10^{-6}}{0{,}08}\right) = 21{,}26\,J$

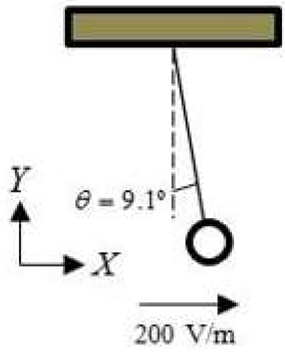
Ep$_p$ = Ep$_{pC}$ + Ep$_{pB}$ = $k\frac{q_A q_C}{r_{pC}} + k\frac{q_A q_{CB}}{r_{pB}}$ las distancias pB y pC son la mitad de CB = $\sqrt{0{,}08^2 + 0{,}06^2}$ = 0,1→ pB =pC = 0,05 m

Ep$_p$ = Ep$_{pC}$ + Ep$_{pB}$ = $kq_A\left(\frac{q_C}{r_{AC}} + \frac{q_B}{r_{AB}}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot 9 \cdot 10^{-6}\left(\frac{9 \cdot 10^{-6}}{0{,}05} + \frac{9 \cdot 10^{-6}}{0{,}05}\right) = 29{,}16\,J$

$W_{A \rightarrow p}$ = - ΔEp = -(Ep$_p$ – Ep$_A$) = -(29,16 – 21,26) = **-7,9 J = $W_{A \rightarrow p}$**

W<0: el campo se opone → el trabajo necesario debe hacerlo una fuerza externa

11) En el laboratorio de física tenemos una pequeña bola de 50 g de masa que está cargada eléctricamente con una carga *q* y se encuentra suspendida del techo mediante un hilo aislante.
En este laboratorio se dispone de un sistema que permite establecer un campo eléctrico en la dirección que se prefiera, horizontal o vertical.
a) Cuando establecemos un campo eléctrico de 200 V/m en la dirección del eje X positivo, el ángulo del hilo con la vertical es 9.1º (véase figura). Hallar la carga *q* de la bola y su signo.
b) Cuando se anula el campo en la dirección horizontal y en su lugar se establece un campo eléctrico en la dirección vertical, la tensión del hilo es igual a la mitad del peso de la bola. Calcular el valor de este campo vertical y su sentido.
c) ¿Qué campo hay que establecer, y en qué sentido, para que la tensión del hilo sea igual a cero? Tómese la aceleración de la gravedad *g* = 10 m·s^{-2}



a) $tg 9,1 = \frac{F_e}{P} = \frac{q \cdot E_x}{mg}$ → $0,16 = \frac{q \cdot 200}{0,05 \cdot 10}$ → **q = + 4·10^{-4} C**

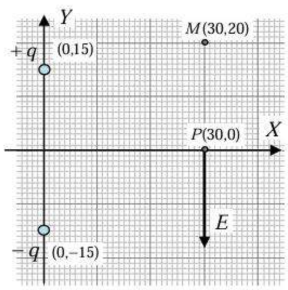
Si la dirección del campo es de izquierda a derecha y la carga se desbía a la derecha es porque es positiva.

b) Si la tensión del hilo disminuye a la mitad del peso es que hay una fuerza F_y hacia arriba igual a la mitad del peso.

$F_y = qE = \frac{1}{2}mg$ → $4 \cdot 10^{-4} \cdot E = \frac{1}{2} 0,05 \cdot 10$ → **E = 625 V/m**

c) Para que la tensión del hilo sea cero la F_y debe ser igual al peso y el campo que la produce será el doble del caso anterior → **E = 1250 V/m**

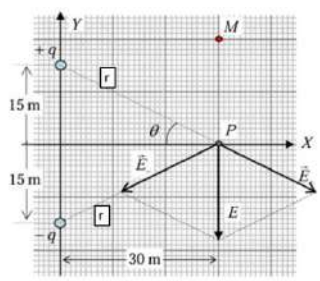
12) En el sistema de coordenadas de la figura, cuyas distancias se miden en metros, hay dos cargas eléctricas del mismo valor absoluto y signos contrarios que se encuentran fijadas en las posiciones (0, 15) –la carga positiva- y (0, -15) –la carga negativa-. El vector campo eléctrico en el punto P (30,0) está dirigido verticalmente hacia abajo y su módulo es igual a 161 V/m. La constante de la ley de Coulomb es k= 9·10^{9}N·m^2/C^2.
(a) Calcular el valor absoluto q de las cargas que crean el campo.
(b) Sabiendo que el potencial en el punto M(30, 20) es igual a 2265,3 V, determinar el trabajo necesario para trasladar una carga de -10^{-9}C desde M hasta P.
(c) Respecto al trabajo a que se refiere el apartado anterior: ¿es un trabajo que hace el campo eléctrico o debe hacerlo un agente externo? Explicar.



Todas las coordenadas en metros

a) El campo E es el producido por las cargas +q y –q.
La distancia r en ambos casos es $\sqrt{15^2 + 30^2} = 33,54\, m$

Para conocere el ángulo θ aplicamos: $tg\theta = \frac{15}{30}$ → $\theta = 26,6°$
El campo de las cargas q_+ y q_- en módulo son iguales (ver figura) $E_{+=-} = k\,\frac{q}{r^2}$



El campo final E (161 V/m) es la suma de las componetes en Y del E_+ y E_-

$E = E_+ sin\theta + E_- sin\theta = 2 \cdot k\, \frac{q}{r^2} sin\theta$ → $161 = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{q}{33,54^2}\, sin 26,6$ → **q = 2,247·10^{-5} C**

b) Nos piden el W para llevar la carga -10^{-9} C de M a P → W = -ΔE =-qΔV.

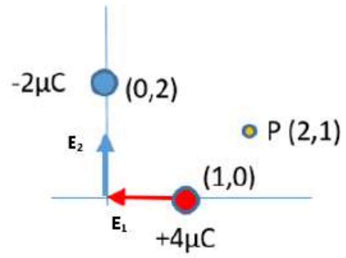
El potencial V en el punto P es cero como en cualquier punto del eje X ya que las cargas q_+ y q_- están a igual distancia del eje X.

El trabajo para llevar lacarga de M a P es: W = $\Delta E_p = E_{pp} - E_{pm} = q\cdot(V_p - V_M) = -10^{-9}(0 - 2265{,}3)$ = **+ 2,2653·10^{-6} J**

El trabajo positivo indica que lo debe realizar una fuerza externa, lo cual es lógico ya que una carga negativa no va espontáneamente hacia una zona de carga negativa.

13) Dos cargas eléctricas puntuales de 4µC y -2µC se encuentran situadas en los puntos (1,0) y (0,2), respectivamente, donde las coordenadas x e y de dichos puntos vienen dadas en metros. Calcule:
a) El potencial eléctrico en el punto (2,1).
b) El vector intensidad de campo electroestático en el punto (0,0).
c) El trabajo necesario para llevar una carga de -1C desde el punto (0,0) al (2,1). Explique el significado del signo del trabajo.

a) El potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas puntuales es la suma algebraica de los potenciales creados por cada carga individual,



$$V_{(2,1)} = V_1 + V_2 = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} = k\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right)$$

Siendo r_1 la distancia de q_1 (+4µC) desde (1,0) a (2,1) →

$r_1 = \sqrt{(2-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$

Y r_2 la distancia de q_2 (-2µC) desde (0,2) a (2,1) → $r_1 = \sqrt{(2-0)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{5}$

$$V_{(2,1)} = V_1 + V_2 = k\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right) = 9\cdot 10^9\left(\frac{4\cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{-2\cdot 10^{-6}}{\sqrt{5}}\right) = \mathbf{V_{(2,1)} = 1{,}74\cdot 10^4\ V}$$

b) Vector intensidad de campo en el punto (0,0)

La intensidad de campo eléctrico en un punto es la suma vectorial de los campos creados por cada carga.

$\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\vec{r}$ siendo $\vec{r}$ el vector unitario desde la carga al punto (0,0) o aplicar $\vec{E} = k\frac{|q|}{r^2}\vec{r_u}$ siendo $\vec{r_u}$ el vector unitario de la dirección del campo atendiendo al signo de la carga, por ello en la fórmula del campo aparece el valor absoluto de la carga ya que el signo se ha incluido para la dirección del campo.

Usaremos: $\vec{E} = k\frac{|q|}{r^2}\vec{r_u}$

$\vec{E}_1$ El vector unitario del campo es $-\vec{\imath}$

$\vec{E}_1 = 9\cdot 10^9\frac{|4\cdot 10^{-6}|}{1^2}(-\vec{\imath}) = -36000\vec{\imath}$

$\vec{E}_2$ El vector unitario del campo es $\vec{\jmath}$

$\vec{E}_2 = 9\cdot 10^9\frac{|2\cdot 10^{-6}|^{-6}}{2^2}(\vec{\jmath}) = 4500\,\vec{\jmath}$

$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \boldsymbol{\vec{E} = -36000\vec{\imath} + 4500\vec{\jmath}}$ **N/C**

c) El "trabajo necesario" se interpreta como el **trabajo de la fuerza externa** que realiza el traslado sin cambiar la energía cinética. Para una carga q: $W_{ext} = q(V_{final} - V_{inicial})$.
En el apartado) ya calculamos $V_{(2,1)} = V_{final} = 1{,}74\cdot 10^4$ V = 17400 V

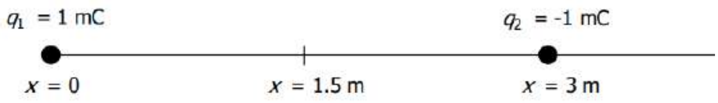
Veamos ahora en (0,0) el $V_{inicial}$.

$$V_{(0,0)} = V_{inicial} = V_{1\ en\ (0,0)} + V_{2\ en\ (0,0)} = k\frac{q_1}{r_1} + k\frac{q_2}{r_2} = k\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right) = 9\cdot 10^9\left(\frac{4\cdot 10^{-6}}{1} + \frac{-2\cdot 10^{-6}}{2}\right) = 27000\ V$$

$W_{ext} = q(V_{final} - V_{inicial})$ = (-1)(17400 -27000) = **9600 J = W_{ext}** **el trabajo positivo indica que debe haber fuerza externa.**

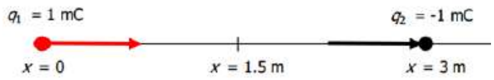
Si hubiéramos empleado $W_{eléctrico} = -q\Delta V$ el resultado hubiera sido negativo → *el campo se opone* → *el trabajo necesario debe hacerlo una fuerza externa*

14) La carga positiva q_1 está fija (sin poder moverse) en el origen. La carga negativa q se encuentra inicialmente a 3 m y empieza a moverse hacia partiendo del reposo.



Calcula: a) El campo eléctrico en x = 1.5 m en el instante inicial.
b) La fuerza que experimenta q_2 en los puntos x = 3 m y x = 1.5 m.
c) La energía potencial del sistema cuando está en x = 3 m y en x = 1.5 m, y la energía cinética de q_2 en x = 1.5 m.

a) El **campo eléctrico creado por q_1** (E_1) apunta en la dirección positiva del eje x porque q1 es positiva y las líneas de campo se alejan de ella.
Y el **campo eléctrico creado por q_2** (E_2) apunta también en la dirección positiva del eje x porque q_2 es negativa y las líneas de campo se dirigen hacia ella.



El campo eléctrico total será la suma de ambos al tener igual dirección y sentido (eje positivo de X). Por tanto, calculemos primero sus valores absolutos:

$E_1 = k\frac{q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-3}}{1{,}5^2} = 4 \cdot 10^6$ N/C

$E_2 = k\frac{q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-3}}{1{,}5^2} = 4 \cdot 10^6$ N/C

$E = E_1 + E_2 = 4 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^6 =$ **$E = 8 \cdot 10^6$ N/C** en la dirección del eje X

b) Fuerza sobre q_2 cuando está en x=3 m (instante inicial): $F = k\frac{q_1\, q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{|1 \cdot 10^{-3}(-1 \cdot 10^{-3})|}{3^2} =$ **1000 N**

Fuerza sobre q_2 cuando está en x=1,5 m: $F = k\frac{q_1\, q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{|1 \cdot 10^{-3}(-1 \cdot 10^{-3})|}{1{,}5^2} =$ **4000 N**

c) $E_p = k\frac{q_1\, q_2}{r}$

Cuando q_2 está en x=3 m: $E_p = k\frac{q_1\, q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-3}(-1 \cdot 10^{-3})}{3} = -3000\, J$

Cuando q_2 está en x=1,5m: $E_p = k\frac{q_1\, q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \frac{1 \cdot 10^{-3}(-1 \cdot 10^{-3})}{1{,}5} = -6000\, J$

El principio de conservación de la energía mecánica establece que la suma de la energía potencial y la energía cinética de un sistema se mantiene constante, si solo actúan fuerzas conservativas (como la fuerza electrostática).

$E_{inicial} = E_{final} \Longrightarrow (Ep + Ec)_{inicial} = (Ep + Ec)_{final} \Longrightarrow (-3000 + 0) = (-6000 + Ec_{final}) \Longrightarrow$ **$Ec_{final} = 3000$ J**

Esto tiene sentido, ya que la fuerza atractiva entre las cargas ha realizado trabajo sobre q2, aumentando su velocidad y, por ende, su energía cinética.