

# VIBRACIONES Y ONDAS

Luis Pardillo Vela <https://fisicayquimicaluis.wixsite.com/esoybach>

## COMENTARIO INICIAL SOBRE MOVIMIENTO PERIÓDICO, OSCILATORIO, VIBRATÓRIO, ARMÓNICO SIMPLE, ONDULATORIO Y Onda ESTACIONARIA

Un movimiento es **periódico** si se repite en intervalos regulares de tiempo, como la rotación de la Tierra, un péndulo simple, la vibración de una cuerda de guitarra o las ondas en la superficie de un estanque. Es el término más general y solo exige repetición a intervalos regulares.

En física, los movimientos **oscilatorio y vibratorio** son movimientos de vaivén alrededor de una posición de equilibrio. Se suele llamar *oscilatorio* a los de baja frecuencia y regulares (péndulo, masa en un muelle), y *vibratorio* a los de frecuencia más alta o amortiguados (cuerda de guitarra, piel de tambor). En ambos casos, se trata de movimientos periódicos en torno a una posición de equilibrio, que pueden ser **amortiguados** ( pierden energía con el tiempo) o **no amortiguados** (ideales, sin rozamiento).

El **movimiento armónico simple (MAS)** es un caso particular de movimiento oscilatorio en el que la fuerza restauradora es proporcional al desplazamiento, y puede describirse mediante funciones seno o coseno.

Una **onda** es una perturbación que se propaga a través de un medio o en el vacío, transportando energía, pero no materia. El **movimiento ondulatorio** es el fenómeno asociado a esa propagación. Por ejemplo, al arrojar una piedra a un charco, las ondas son las crestas y valles que se desplazan hacia afuera, mientras que las partículas de agua solo oscilan alrededor de su posición de equilibrio.

Una **onda estacionaria** se forma por la interferencia de dos ondas de igual naturaleza, amplitud, longitud de onda y frecuencia que se propagan en sentidos opuestos. Permanecen confinadas en el medio (como en una cuerda de guitarra), presentando **nodos** —puntos que no se mueven— y **vientres**, donde la amplitud es máxima.

## MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE

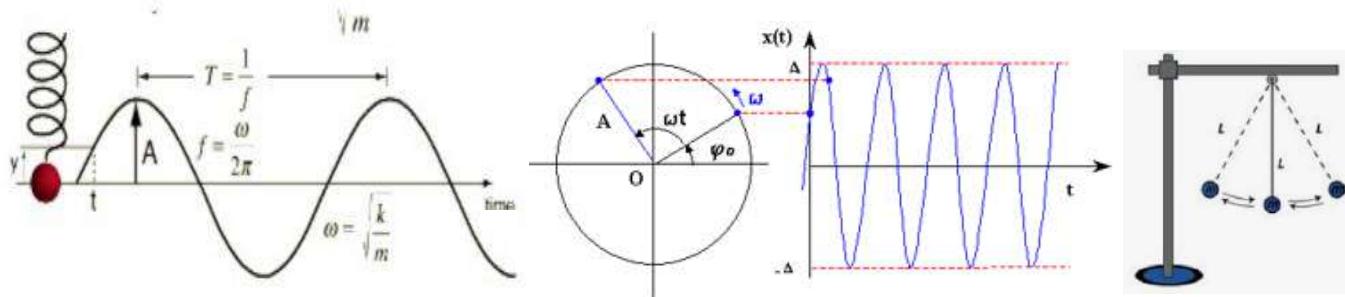
### MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (M.A.S.)

Decimos que un cuerpo **oscila** o **vibra** con Movimiento Armónico Simple o M.A.S. cuando se mueve de forma *periódica* en torno a una *posición de equilibrio* debido al efecto de *fuerzas restauradoras*.

**NOTA:** Un cuerpo que se mueve sometido a la fuerza de un muelle tiene un MAS. Un cuerpo con movimiento circular uniforme **no es un MAS**, pero sí su proyección en el eje X o Y. Es muy aclaratorio el siguiente video (duración 1 min y 1 s) <https://www.youtube.com/watch?v=Cw9eFeVY74I>

Un péndulo tiene un MAS si oscila con ángulo inferior a unos  $15^\circ$  ( $30^\circ$  de extremo a extremo) es decir cuando  $\sin \alpha \approx \alpha$  (si trabajamos en radianes tener en cuenta que  $15^\circ \approx 0.26 \text{ rad}$ ).

El MAS es un movimiento con aceleración no uniforme, siendo cero en el centro o punto de reposo y máxima en los extremos.



## - Magnitudes características de un MAS:

**Elongación (x):** Representa la *posición* de la partícula que oscila en función del tiempo y es la separación del cuerpo de la posición de equilibrio. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el metro (*m*)

**Amplitud (A):** Es la elongación máxima. Su unidad en el Sistema Internacional es el metro (*m*).

**Frecuencia angular ( $\omega$ ),** también llamada **pulsación.** Indica el ritmo de oscilación (análogo a la velocidad angular en un movimiento circular).  $[\omega] = \text{rad s}^{-1}$  (S.I.)

**Periodo (T):** El *tiempo* que tarda de cumplirse una oscilación completa. Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el segundo (*s*)

**Frecuencia (f, f o v)** Se trata del *número de veces que se repite una oscilación en un segundo*. Es la inversa del periodo ( $f=1/T$ ). Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el Hertzio *Hz o s<sup>-1</sup>*.

**Fase ( $\omega t + \phi$ ).** Es un ángulo que nos indica en qué estado de oscilación se encuentra el móvil. Se mide en radianes en el Sistema Internacional

**Fase inicial ( $\phi$ ).** Valor de la fase para  $t = 0$ , cuando comenzamos a estudiar el movimiento.

Si una partícula describe un Movimiento Armónico Simple (M.A.S.), su movimiento o posición a lo largo del eje X (o en el eje Y) viene dada en función del tiempo  $t$  por la ecuación:

$$x = A \cdot \sin(\omega t) \quad \text{o bien} \quad x = A \cdot \cos(\omega t)$$

Se empleará seno si partimos de la posición inicial cero, es decir, de la posición de equilibrio (péndulo o muelle) o cero grados en su representación de movimiento circular, ya que entonces al ser  $t=0$  tenemos que  $\omega t = 0$  y por tanto  $A \sin 0 = 0$ . Por el contrario si partimos de la posición extrema de máxima amplitud usaremos coseno, ya que entonces  $\omega t = 90^\circ$  (o  $\pi/2$  radianes) y en consecuencia  $A \sin \pi/2 = A$  (si la posición inicial es en el extremo negativo de la amplitud tendremos que  $A \sin(-\pi/2) = -A$ ).

En cualquier caso, siempre se incluye el desfase o fase inicial  $\phi$ :

$$X = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

Donde  $\omega t + \phi$  se denomina **fase** siendo  $\phi$  **el desfase o fase inicial**, es decir el ángulo de inicio, que para el caso del seno si  $t=0$  y partimos de la posición de reposo  $\phi=0$ , de forma que  $x$  será  $x=0$ .

## CINEMÁTICA DEL M.A.S.

En un movimiento rectilíneo, dada la posición de un móvil, obtenemos la velocidad derivando respecto del tiempo y luego, la aceleración derivando la expresión de la velocidad.

Hemos visto que la **posición** del móvil que describe un M.A.S. en función del tiempo viene dada por la ecuación:

$$x = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

Derivando con respecto al tiempo, obtenemos la **velocidad**  $v$  del móvil

$$\frac{dx}{dt} = v = A \omega \cos(\omega t + \phi)$$

La velocidad es máxima cuando el cuerpo pasa por la posición de equilibrio y mínima (cero) cuando pasa por los extremos de la trayectoria del movimiento (+A y -A).

Y derivando  $\mathcal{V}$  de nuevo con respecto del tiempo, obtenemos la **aceleración** a del móvil:

$$a = \frac{dv}{dt} = -Aw^2 \sin(\omega t + \varphi) = a = -\omega^2 x$$

**La aceleración es máxima en los extremos de la trayectoria (+A y -A) y mínima (cero) cuando el cuerpo pasa por la posición de equilibrio.**

### Condiciones iniciales:

Conociendo la frecuencia angular  $\omega$ , la posición inicial  $x_0$  y la velocidad inicial  $v_0$  en el instante  $t=0$  (por tanto  $\omega t = 0$ ) tenemos que:

$$x_0 = A \cdot \sin(\varphi) \quad (1)$$

$$v_0 = A\omega \cdot \cos(\varphi) \quad (2)$$

Se determina la fase inicial  $\varphi$  dividiendo (1) entre (2):

$$\tan\varphi = x_0\omega/v_0 \text{ o directamente de (1)} \rightarrow \sin\varphi = x_0/A.$$

Pero hay que tener en cuenta la información de la posición inicial  $x_0$ . Si es a la izquierda (-) o derecha (+) del eje X y si la posición o distancia  $x_0$  está referida sobre un extremo o sobre el origen (posición de reposo).

Para obtener la **amplitud A** despejamos  $\sin(\varphi)$  de (1) y  $\cos(\varphi)$  de (2) y aplicamos:  
 $\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi) = 1$  con lo que obtenemos  $(x_0/A)^2 + (v_0/A\omega)^2 = 1$  que al despejar  $A^2$  obtenemos:

$$A^2 = x_0^2 + v_0^2/\omega^2$$

### - Para obtener la relación entre la posición y la velocidad ( $x, v$ ):

Si multiplicamos la ecuación de la posición X por  $\omega$  y usamos la expresión de la velocidad, tendremos:

$$x \cdot \omega = A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

si ahora elevamos al cuadrado ambas igualdades y las sumamos tendremos:

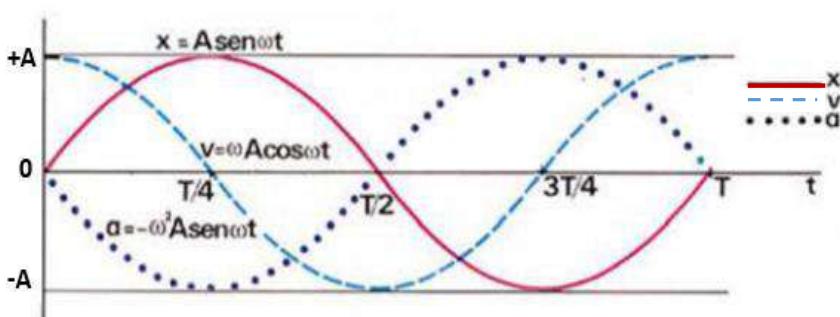
$$(x \cdot \omega)^2 + v^2 = (A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi))^2 + (A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi))^2 = (A \cdot \omega)^2 \cdot (\sin^2(\omega \cdot t + \varphi) + \cos^2(\omega \cdot t + \varphi))$$

pero lo que está en negrilla es igual a 1 (ya que  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ) →

$$x^2 \omega^2 + v^2 = A^2 \omega^2 \rightarrow v^2 = A^2 \omega^2 - x^2 \omega^2 \rightarrow v^2 = \omega^2 (A^2 - x^2)$$

$$v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

Representación de los valores de X, V y a a lo largo del tiempo, para el caso de  $\omega=1$ . Para otros valores distintos de uno la gráficas de V y a serán mayores o menores en valor dependiendo del si  $\omega$  es mayor o menor que 1.



## DINÁMICA DEL MAS.

Cuando un cuerpo elástico es apartado de su posición de equilibrio estable, la fuerza recuperadora tiende a devolverlo a dicho posición:  $F = -kx$  donde **k es la constante de elasticidad (Ley de Hooke)**.

Esta fuerza producirá una aceleración cuyo valor será:

$$F = ma = -kx \rightarrow a = -kx/m$$

Como vimos antes, la aceleración es proporcional a la elongación y de sentido contrario:

$$a = -\omega^2 x$$

Así que, igualando la a de las dos expresiones tenemos:

$$-kx/m = -\omega^2 x \rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = m\omega^2 \text{ o bien } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Y como:  $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Cuanto mayor es la masa mayor es el periodo de oscilación, tarda más en completar una oscilación.

## ENERGÍA DEL MAS.

Todo cuerpo sometido a un movimiento armónico tiene energía cinética y potencial. Por el mero hecho de tener movimiento, presenta energía cinética.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\omega\sqrt{A^2 - x^2})^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = E_c$$

Sin embargo, la energía potencial, es consecuencia de la fuerza conservativa presente en el oscilador, en concreto, la  $E_p$  es debida al trabajo de la fuerza externa  $F = kx$  ( $F = -kx$  es la fuerza recuperadora del muelle).

$$W = E_p = \int F dx = \int kx dx = \frac{1}{2}kx^2 = E_p$$

$$E_{mecánica} = E_c + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) + \frac{1}{2}kx^2 \text{ y como } k = m\omega^2 \text{ obtenemos}$$

$$E_m = \frac{1}{2}kA^2 \quad \text{como } k = m\omega^2$$

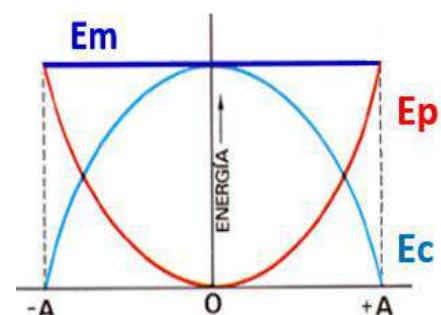
$$E_m = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$$

En el siguiente gráfico se representan las energías cinética, potencial y mecánica entre los extremos de amplitud máxima negativa y positiva

Se comprueba que la energía mecánica permanece constante al ser un sistema conservativo.

La energía cinética es máxima en la amplitud cero y mínima en la amplitud máxima (punto de cambio de velocidad positiva a negativa o a la inversa)

La energía potencial es máxima en las máximas elongaciones (+ y -) y nula en el punto de equilibrio o elongación cero



## PÉNDULO SIMPLE

Un péndulo simple es el sistema formado por una pequeña bola de masa puntual  $m$  que cuelga de un hilo inextensible y de masa despreciable de longitud “ $l$ ” y que se mueve sin rozamiento. El movimiento del péndulo simple puede considerarse un m.a.s. siempre que el ángulo que se desvía de la vertical sea muy pequeño (inferior a unos  $15^\circ$ ) y ausencia de rozamiento. La longitud del hilo cercana o superior a 1 metro es una recomendación para facilitar las mediciones en estudios experimentales.

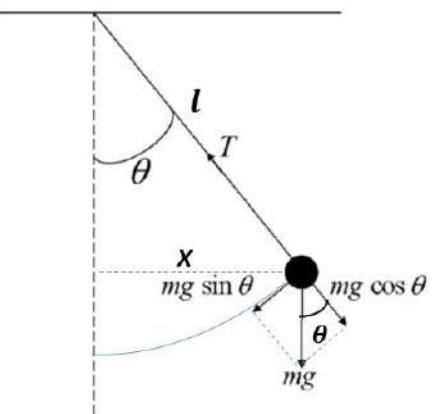
Para pequeñas desviaciones con respecto a la vertical podemos tomar:  $\operatorname{sen} \alpha \approx \alpha$  (en radianes)

Observando la figura tenemos que la componente tangencial del peso ( $mg \operatorname{sen} \theta$ ) actúa como fuerza restauradora:

$$F = -mg \operatorname{sen} \theta$$

El signo negativo indica que el sentido es el opuesto a la separación de la posición de equilibrio.

Como estamos con ángulos inferiores a  $15^\circ$  aplicamos  $\operatorname{sen} \alpha \approx \alpha$



$$\left. \begin{array}{l} F = -mg \operatorname{sen} \theta \Leftrightarrow F = -mg \theta \\ \operatorname{sen} \theta = \frac{x}{l} \Rightarrow \theta = \frac{x}{l} \end{array} \right\} F = -mg \frac{x}{l}$$

Como  $F = ma \Leftrightarrow ma = -mg \frac{x}{l} \Leftrightarrow a = -\frac{g}{l}x$  y como ya hemos visto  $a = -\omega^2 x$

tenemos que:  $-\omega^2 x = -\frac{g}{l}x$  y como  $\omega = \frac{T}{2\pi} \Rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{g}{l}$  y en consecuencia:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Es muy interesante comparar el periodo del péndulo con el periodo de un muelle  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

Vemos que el periodo del muelle no depende de su longitud pero si de la masa colgante, y en el péndulo ocurre lo contrario, no depende de la masa pero si de la longitud, y, por otro lado, la constante de elasticidad  $k$  del muelle es ahora la constante de la gravedad del lugar. Por ello, el péndulo se usa para medir la gravedad local, o, por el contrario, cuando se instala un reloj de péndulo en un lugar determinado (con una gravedad  $g$  fija), hay que ajustar con precisión la longitud del péndulo  $l$  para que su periodo de oscilación  $T$  sea el correcto y el reloj marque el tiempo con exactitud.

# MOVIMIENTO ONDULATORIO

Luis Pardillo Vela <https://fisicayquimicaluis.wixsite.com/esoybach>

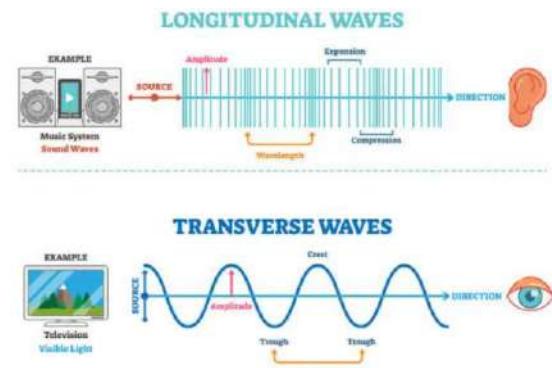
## CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS

### Según el tipo de energía que propaga:

- **Mecánicas:** Son ondas que transportan energía mecánica necesitando un medio material elástico, ya sea sólido, líquido o gas, para su propagación. Tiene que ser elástico para que las partículas del medio se mantengan unidas. Ejemplos de estas ondas son el sonido, las ondas sísmicas ...
- **Electromagnéticas:** Transportan energía electromagnética y no necesitan de un medio material para propagarse (pueden hacerlo por el vacío, aunque también pueden propagarse por medios materiales). La luz, ondas de radio, microondas o cualquier otra perturbación del espectro electromagnético pertenecen a esta clasificación.

### Según la relación entre dirección de propagación y de vibración

- **Longitudinales:** La dirección de avance de la onda (propagación) y la de vibración de las partículas del medio que transmiten la onda, coinciden. Se conocen como ondas de presión ya que se producen continuamente dilataciones y contracciones del medio. El sonido es un ejemplo de este caso.
- **Transversales:** En ellas, la onda tiene una dirección de propagación perpendicular al de vibración de sus partículas. Son ejemplos las ondas electromagnéticas o la de una cuerda al agitar uno de sus extremos.



### Según las dimensiones de propagación

Imagen <https://tuitionphysics.com/sep-2020/theory-of-wave-motion-longitudinal-and-transverse-waves/>

- Unidimensionales: La energía se propaga en una sola dirección. Cuerda de guitarra.
- Bidimensionales: La energía se propaga en el plano. La que forma una piedra que cae a un estanque.
- Tridimensionales: La energía se propaga en las tres dimensiones (son esféricas en su propagación). Sonido y ondas electromagnéticas.

## MAGNITUDES CARACTERÍSTICAS DE LAS ONDAS

Antes de entrar en las magnitudes características de una onda, veamos tres conceptos ligados con las ondas:

- **Pulso:** Es una perturbación aislada que se propaga por un medio. Se produce, por ejemplo, al dar un latigazo único a una cuerda con un extremo fijo o libre. Tiene **inicio y fin**, no se repite en el tiempo.

- **Tren de ondas:** Es una sucesión finita de pulsos, periódicos o casi periódicos. Dura un tiempo limitado, pero más largo que un pulso. Se genera, por ejemplo, al agitar una cuerda **varias veces seguidas**.

- **Onda:** Es una perturbación periódica y continua que se propaga indefinidamente en el medio. Se produce cuando la fuente oscila de manera **sostenida**. Cada punto del medio realiza un movimiento vibratorio (normalmente armónico), y la perturbación global se extiende.

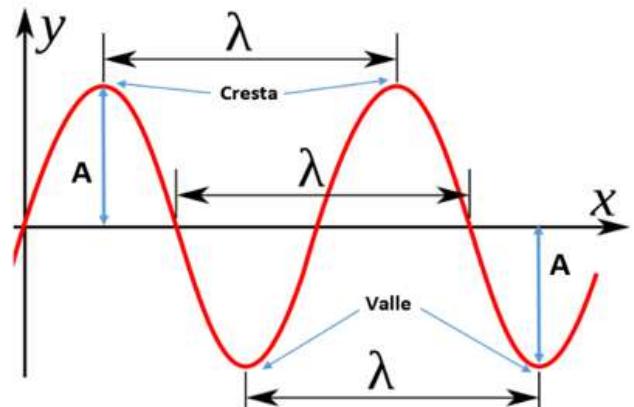
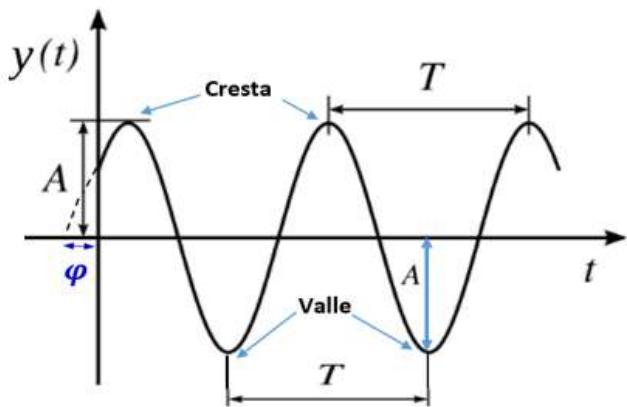
Ejemplo: una cuerda que se mueve continuamente de forma sinusoidal, una onda sonora producida por un diapasón, una señal de radio constante.

En un pulso, o en cualquier tipo de onda, se desplaza energía no materia. Las partículas del medio oscilan alrededor de su posición de equilibrio, pero no se mueven a lo largo del medio. La energía se transmite de una partícula a otra, manteniéndose cada una en su lugar, como se ve en las ondas en una cuerda, un lazo puesto en la cuerda se mueve de arriba abajo pero no se desplaza.

Veamos ya las magnitudes características de una onda, varias de las cuales se representan en las dos siguientes gráficas:

**Gráfica y-t (elongación-tiempo)** muestra cómo varía la elongación de un punto fijo del espacio a medida que transcurre el tiempo.

**Gráfica y-x(elongación-posición):** Muestra la forma de la onda (“fotografía”) en un instante concreto del tiempo, a lo largo del espacio.



- **Elongación (y):** Posición en cualquier instante respecto a la posición de equilibrio de las partículas que oscilan. El valor de la elongación de una partícula cualquiera  $x$  en cualquier instante  $t$  se conoce como función de onda,  $y(x, t)$ . Se mide en metros

- **Amplitud (A).** Es la máxima elongación o amplitud  $A$  con que vibran las partículas del medio. Se mide en metros.

- **Periodo (T).** Es el tiempo  $T$  que tarda una partícula del medio en realizar una vibración completa (o el tiempo entre dos valles o dos crestas consecutivas). Se mide en segundos

- **Frecuencia ( $f$  o  $\nu$  (nu)).** Es la inversa del periodo o el número de oscilaciones que tiene lugar en un segundo. Se mide en Hertzios (Hz) o  $s^{-1}$

$$\nu = f = \frac{1}{T}$$

- **Frecuencia angular ( $\omega$ ).** También llamada **pulsación**. Indica el ritmo de oscilación (análogo a la velocidad angular en un movimiento circular). Se mide en rad  $s^{-1}$ .

$$\text{Se relaciona con el periodo o la frecuencia según: } \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \omega = 2\pi f$$

- **Longitud de onda ( $\lambda$ ):** Distancia entre dos crestas o dos valles. Es decir, es la distancia a la que se repite la perturbación. En el S.I. se mide en m.

- **Velocidad de propagación o de fase ( $v$ ):** Velocidad a la que se transmite la energía de una partícula a otra del medio. Si las características del medio se mantienen constantes, también la velocidad de propagación será una constante. Ejemplo: la velocidad del sonido en el aire es de unos 340 m/s, aunque depende de la temperatura y la presión atmosférica y 1.480 m/s en el agua dulce; la velocidad de la luz en el vacío es de  $3 \cdot 10^8$  m/s, y en el agua de  $2,25 \cdot 10^8$  m/s.)

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

La relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación viene dada por:

Nota: no confundir  $v$  de la velocidad de propagación con  $\nu$  de frecuencia ( $f$ ).

- **Número de onda(s) ( $k$ ):** Es la cantidad de radianes de fase que hay por unidad de longitud en una onda.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Se mide en rad  $\cdot m^{-1}$  (a veces expresada como  $m^{-1}$  ya que radianes es adimensional).

**Significado:** Representa la rapidez con la que la fase de la onda cambia con respecto a la posición. Es el análogo espacial de la frecuencia angular  $\omega$  que representa la rapidez con la que la fase cambia con respecto al tiempo.

Se relaciona con la longitud de onda, la velocidad de propagación y la frecuencia angular.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{y como } \lambda = vT \quad k = \frac{2\pi}{vT} \quad k = \frac{\omega}{v}$$

*Nota: no confundir  $k$  número de onda con  $k$  constante de elasticidad de un muelle.*

**Fase inicial o desfase ( $\phi$ ).** Valor de la fase para  $t = 0$  y  $x = 0$ , cuando comenzamos a estudiar el movimiento (ver la gráfica superior izquierda). Representa el punto de inicio de la oscilación o vibración y se puede calcular o determinar a partir de las condiciones iniciales del sistema.

## ONDAS ARMÓNICAS

Se denomina onda armónica a aquella onda que se genera por la transmisión de energía al medio de un oscilador armónico actuando en el foco o centro emisor. Es decir, la onda es consecuencia de un movimiento armónico simple (MAS).

Vamos a estudiar este tipo concreto de ondas por dos razones:

- Su estudio es menos complejo.
- Cualquier tipo de onda puede estudiarse como suma de ondas armónicas.

*El TEOREMA DE FOURIER (1822) demuestra que cualquier función periódica, por compleja que sea, puede representarse como una suma (o serie) de ondas armónicas con frecuencias que son múltiplos de una frecuencia fundamental.*

## ECUACIÓN DE UNA ONDA ARMÓNICA: FUNCIÓN DE ONDA

Supongamos una onda que se genera en un foco emisor ( $x=0$ ) que está oscilando con un MAS.

$$y(0, t) = A \operatorname{sen}(\omega t)$$

Si la partícula en  $x=0$  empieza a vibrar en el tiempo  $t=0$ , una partícula ubicada a una distancia  $x$  a la derecha del foco emisor no comenzará a vibrar hasta un tiempo posterior  $\Delta t$  (retardo)

Por tanto, el tiempo que tarda la perturbación en viajar desde el foco ( $x=0$ ) hasta el punto  $x$  depende de la velocidad de propagación:

$$\Delta t = \frac{x}{v}$$

La partícula en la posición  $x$  vibra exactamente igual que el foco ( $x=0$ ), pero con un **retraso** de  $\Delta t$ . Por lo tanto, el movimiento de la partícula en la posición  $x$  en el tiempo  $t$  es el mismo que el movimiento del foco en un tiempo anterior:  $(t - \Delta t)$ .

$$y(x, t) = A \operatorname{sen}[\omega(t - \Delta t)] = A \operatorname{sen}\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] = A \operatorname{sen}\left(\omega t - \frac{\omega x}{v}\right)$$

Y anteriormente vimos que el número de ondas  $k$  equivalía a  $k = \frac{\omega}{v}$  por tanto

$$y(x, t) = A \operatorname{sen}(\omega t - kx)$$

Este es el caso de que la propagación de la onda sea hacia la derecha (sentido positivo de la  $x$ ), pero si la onda va hacia la izquierda (sentido negativo de la  $x$ ), la ecuación sería:

$$y(x, t) = A \operatorname{sen}(\omega t + kx)$$

Si incluimos un desfase inicial la ecuación general será:  $y(x, t) = A \operatorname{sen}(\omega t \pm kx + \varphi)$

NOTA: Como  $\operatorname{sen}(a-b) = -\operatorname{sen}(b-a) = \operatorname{sen}(b-a \pm \pi)$  la ecuación de onda podemos verla como:

$$y(x, t) = A \operatorname{sen}(\omega t \pm kx + \varphi) \quad o \text{ bien} \quad y(x, t) = A \operatorname{sen}(kx \pm \omega t + \varphi \pm \pi)$$

Pero este  $\pi$  ( $180^\circ$ ) se puede incorporar en el desfase  $\varphi$ .

Igualmente se puede emplear la **función coseno en lugar de seno**, ya que  $\operatorname{sen}(a+b+\varphi) = \cos(a+b+\varphi - \pi/2)$  y nuevamente  $\pi/2$  se puede incorporar al desfase  $\varphi$ .

### Sentido del desplazamiento (propagación) de la onda:

- Si los signos de  $\omega t$  y  $kx$  son iguales, con el aumento del tiempo la  $x$  debe disminuir para conservar la fase, por lo que la onda se **propaga en el sentido negativo del eje x** (Si tenemos  $+kx + \omega t$  al aumentar  $t$  la  $x$  debe disminuir para mantener constante la fase, y con  $-kx - \omega t$  al aumentar  $t$  la  $x$  también debe disminuir).

- Si los signos de  $\omega t$  y  $kx$  son opuestos, el desplazamiento  $x$  debe aumentar con el tiempo para mantener constante la fase y la onda se **propaga en el sentido positivo del eje x**.

### - Función de onda.

La función de onda es un término general que describe cualquier perturbación que se propaga. En niveles superiores, puede adoptar formas muy diversas y complejas. Sin embargo, a nivel de Bachillerato se estudia principalmente el caso de la onda armónica cuya función de onda es:

$$y(x, t) = A \operatorname{sen}(\omega t \pm kx + \varphi)$$

Por tanto, en este nivel, los términos "función de onda" y "ecuación de onda armónica" se consideran términos sinónimos.

## VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE UNA ONDA Y DE VIBRACIÓN DE UN PUNTO DE LA ONDA

### - Velocidad de propagación (v):

También llamada velocidad de fase, es la rapidez con la que la **forma general** de la onda se desplaza a través del medio.

Lo que se mueve es la **energía** y la **perturbación** (la fase), las partículas del medio *no* se mueven junto con la onda.

### - Definición por la Onda (Propiedades Cinemáticas)

Se obtiene a partir de las propiedades de periodicidad de la onda:

$$v = \text{distancia/tiempo} = \text{longitud de onda/periodo} = \lambda/T \Rightarrow v = \lambda/T = \lambda f$$

O, usando las magnitudes angulares:

$$v = \text{frecuencia angular/número de onda} = \omega/k \Rightarrow v = \omega/k$$

### - Definición por el Medio (Propiedades Físicas)

Esta definición relaciona las propiedades elásticas y de inercia del medio:

$$v = \sqrt{\frac{\text{Elasticidad}}{\text{Inercia}}}$$

**Elasticidad** es la capacidad del medio para volver a su estado de equilibrio (ej. Tensión  $F$  de una cuerda, Módulo de Young o módulo de elasticidad longitudinal  $J$ ). Una mayor elasticidad aumenta  $v$ .

**Inercia** es la resistencia del medio al cambio de movimiento (ej. Densidad volumétrica  $\rho$ , Densidad lineal  $\eta$ ). Una mayor inercia disminuye  $v$ .

$$\text{Ejemplo de una cuerda: } v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad T = \text{tensión de la cuerda} \quad y \quad \mu = \text{densidad lineal (kg/m)}$$

## - Velocidad de Vibración de un punto (partícula) ( $v_y$ ):

La velocidad de vibración es la rapidez con la que las **partículas individuales** del medio oscilan (se mueven) alrededor de su posición de equilibrio.

¿Qué se mueve? **Las partículas del medio** (materia).

**Valor:** Es **variable**. Cambia constantemente con el tiempo y la posición, siguiendo un Movimiento Armónico Simple (MAS). Es máxima al pasar por la posición de equilibrio ( $y=0$ ) y cero en los extremos (crestas y valles).

**¿Cómo se Calcula?:** Se obtiene como la derivada de la elongación,  $y(x,t)$ , respecto al **tiempo (t)**, ya que representa la tasa de cambio de la posición de la partícula en el tiempo.

Dada la ecuación de elongación:

$$y(x,t) = A \sin(\omega t \pm kx + \varphi)$$

La velocidad de vibración es:

$$v_y(x,t) = dy/dt \Rightarrow v_y(x,t) = A\omega \cos(\omega t \pm kx + \varphi)$$

## Un sencillo ejercicio de recopilación de términos.

Llegados aquí conviene realizar un ejercicio muy sencillo para determinar las magnitudes de una onda a partir de su ecuación de onda:

A partir de la ecuación de onda  $y(x,t) = 0,3 \sin(8t - 2x)$  (unidades S.I.) determinar:

- a) Longitud de onda
- b) Periodo de la onda
- c) Amplitud de onda
- d) Número de onda
- e) Frecuencia
- f) Frecuencia angular o pulsación
- g) Velocidad de propagación
- h) Velocidad de vibración de una partícula
- i) Fase inicial
- j) Sentido de propagación

Como  $y(x,t) = A \sin(\omega t \pm kx)$ , podemos determinar directamente:

- c) Amplitud de onda: **A = 0,3 m**
- d) Número de onda(s): **k = 2 rad/m** o **m<sup>-1</sup>** ya que radian es adimensional
- f) frecuencia angular o pulsación:  **$\omega = 8 \text{ rad/s}$**
- i) Fase inicial:  **$\varphi = 0$**  si no aparece en la función seno es que no hay desfase.

Y con mínimos cálculos:

- a) Longitud de onda:  $k = 2\pi/\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ metros}$
- b) Periodo de la onda:  $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{8} = T = 0,785 \text{ s}$
- e) Frecuencia:  $f = 1/T = 1/0,785 = f = 1,273 \text{ s}^{-1} (\text{Hz})$
- g) Velocidad de propagación:  $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\pi}{0,785} = v = 4 \text{ m/s}$

Y con una simple derivación

$$h) \text{ Velocidad de vibración de una partícula: } v_y(x,t) = \frac{dy}{dt} = \frac{d(A \sin(\omega t \pm kx))}{dt} = A\omega \cos(\omega t \pm kx)$$

$$v_y(x,t) = A\omega \cos(\omega t \pm kx) = 0,3 \cdot 8 \cos(8t - 2x) = v_y(x,t) = 2,4 \cos(8t - 2x) \text{ m/s}$$

La velocidad de vibración será máxima cuando  $\cos(8t - 2x) = \pm 1 \Rightarrow v_y(x,t)_{\max} = A\omega = 2,4 \text{ m/s}$

j) Como  $\omega t$  y  $kx$  tienen **signos opuestos** (+8t - 2x}, para mantener la fase constante a medida que el tiempo t aumenta, el desplazamiento x también debe **aumentar**. Por lo tanto, la onda se propaga en el **sentido positivo de x (derecha)**.

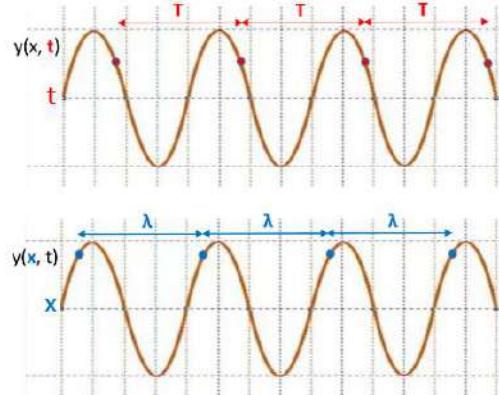
## DOBLE PERIODICIDAD DE LA ONDA ARMÓNICA

Atendiendo a la ecuación de una onda armónica:  $y(x, t) = A \operatorname{sen}(\omega t - kx)$

podemos decir que las ondas armónicas son doblemente periódicas, ya que en ellas la oscilación de un punto del medio se repite en el tiempo y en la posición de la siguiente forma

**En el tiempo:** Si estudiamos el movimiento de un punto  $x$  cualquiera del medio, vemos que pasado un tiempo igual al periodo ( $T$ ), el estado de oscilación volverá a ser el mismo. **El periodo  $T$  marca la periodicidad temporal.**

**En el espacio:** Si fijamos un instante de tiempo  $t$  cualquiera (una foto de la onda) y estudiamos todos los puntos del medio, vemos que si usamos una distancia igual a la longitud de onda ( $\lambda$ ) todos los puntos a distancias  $\lambda$  ( $n\lambda$ ) de un punto dado se encuentran en igual fase. **La longitud de onda  $\lambda$  marca la periodicidad espacial.**



## ENERGÍA TRANSMITIDA POR LAS ONDAS ARMÓNICAS

Las ondas armónicas propagan la energía correspondiente a un movimiento armónico simple (MAS), cuya energía viene dada por:  $E_m = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$

Supongamos que esa onda, provocada por un oscilador (una mano o un muelle vertical), se transmite por una cuerda. La energía correspondiente a un segmento de cuerda de masa  $\Delta m$  (de una longitud  $\Delta x$ ) será:

$$\Delta E = \frac{1}{2}\Delta m\omega^2A^2$$

Si designamos  $\mu$  a la masa por unidad de longitud de la cuerda (densidad lineal), tenemos que  $\Delta m = \mu\Delta x$  y por tanto:

$$\Delta E = \frac{1}{2}\mu\Delta x\omega^2A^2$$

Expresión que corresponde a la energía de un segmento de cuerda de longitud  $\Delta x$ .

Si tenemos en cuenta que  $\omega = 2\pi f$  concluimos que:

$$\Delta E = 2\mu\Delta x\pi^2f^2A^2$$

Nota: Si elegimos como longitud del segmento la propia longitud de onda,  $\lambda$ , podemos hablar de la energía contenida en una longitud de onda (tramo de onda completo) como:  $\Delta E = \frac{1}{2}\mu\lambda\omega^2A^2 = 2\mu\lambda\pi^2f^2A^2$

En general, y puesto que la onda se propaga, es más conveniente hablar de la **energía transmitida por unidad de tiempo o potencia de la onda**:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{2\mu\Delta x\pi^2f^2A^2}{\Delta t} = P = 2\mu\pi^2f^2A^2v$$

En una **onda unidimensional**, como una onda que se propaga a lo largo de una cuerda, la energía se mantiene constante durante la propagación si no existen pérdidas por rozamiento, viscosidad u otros mecanismos disipativos.

En este caso, toda la energía que transporta la onda se transmite a lo largo de una sola dirección, sin dispersarse lateralmente.

En cambio, en **ondas bidimensionales** (como las que se propagan en la superficie del agua) o **tridimensionales** (como las ondas sonoras o luminosas), la situación cambia.

Aunque la **energía total emitida por la fuente** se conserva, esa energía se reparte sobre frentes de onda que crecen con la distancia al emisor (como en el caso de la onda que produce una piedra al caer en el agua, la onda circular va aumentando de radio a medida que se aleja)

Así, en las **ondas circulares (bidimensionales)**, el frente de onda es una circunferencia cuya longitud crece proporcionalmente al radio ( $l=2\pi r$ ). Por tanto, la **energía por unidad de tiempo y unidad de longitud del frente de onda (intensidad lineal)** disminuye en proporción inversa a la distancia o radio:

$$I \propto 1/r$$

Por su parte, en las **ondas esféricas (tridimensionales)**, el frente de onda es una esfera cuya superficie crece con el cuadrado del radio ( $S=4\pi r^2$ ). En consecuencia, la **intensidad, energía que atraviesa una unidad de superficie por unidad de tiempo**, disminuye con el cuadrado de la distancia:

$$I \propto 1/r^2$$

Esto significa que, aunque la energía total no se pierda, la **energía disponible por unidad de superficie o longitud (intensidad)** disminuye al aumentar el radio del frente de onda.

Ejemplos de este efecto se observan en el sonido o en la luz, que se perciben cada vez más débiles cuanto mayor es la distancia al emisor.

## Variación de la Amplitud con la Distancia

Teniendo en cuenta, como hemos visto, que:

$$\Delta E = 2\mu\Delta x\pi^2 f^2 A^2$$

Como la energía total emitida por la fuente se conserva, y dado que la onda es armónica, lo que exige que la frecuencia sea constante, es evidente que al variar la distancia al foco emisor,  $\Delta x = 2\pi r$  en el caso de las bidimensionales (circulares) y  $\Delta x = 4\pi r^2$  en las tridimensionales (esféricas), debe modificarse la amplitud  $A$  para mantener constante la energía, de modo que:

En las circulares:  $E_1 = E_2 = \dots \Rightarrow r_1 A_1^2 = r_2 A_2^2 = \dots \Rightarrow r A^2 = \text{constante} \Rightarrow A \propto 1/\sqrt{r}$

En las esféricas:  $E_1 = E_2 = \dots \Rightarrow r_1^2 A_1^2 = r_2^2 A_2^2 = \dots \Rightarrow r^2 A^2 = \text{constante} \Rightarrow A \propto 1/r$

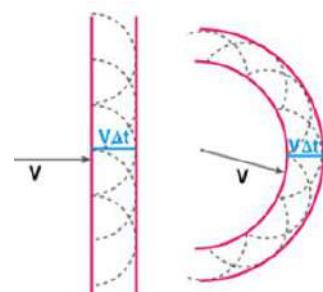
## PRINCIPIO DE HUYGENS

Para explicar muchos fenómenos ondulatorios se hace uso del principio propuesto en 1678 por el físico y astrónomo Christian Huygens, que dice:

- “Todo punto de un medio hasta el cual llega una perturbación se comporta como un foco emisor de ondas secundarias que se propagan en la dirección de la perturbación”.

La velocidad de propagación y frecuencia de estas ondas secundarias es la misma que la de la onda original.

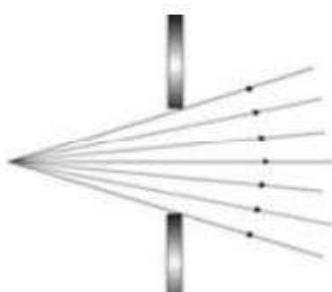
- “La superficie tangente (conocida como envolvente) a todas las ondas secundarias en un determinado instante constituye el siguiente frente de ondas”.



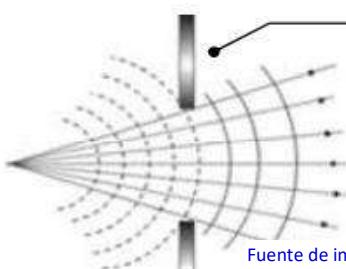
## DIFRACCIÓN

La difracción tiene lugar cuando las ondas que se propagan se encuentran con un obstáculo que presenta un orificio, cuyas dimensiones son del orden de la longitud de onda de las ondas incidentes. Las ondas se propagan entonces como si el orificio se convirtiera en un nuevo foco. Este fenómeno puede explicarse mediante el Principio de Huygens suponiendo que el orificio se convierte en una fuente secundaria de ondas.





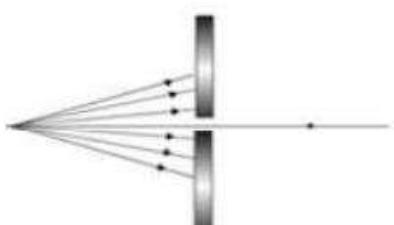
Chorro de partículas que inciden sobre una abertura  
Inciden sobre una abertura



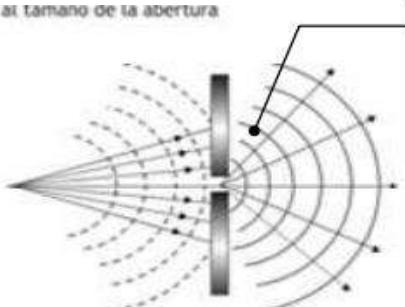
Ondas cuya longitud de onda es inferior al tamaño de la abertura  
inferior al tamaño de la abertura

Si el orificio es mayor que la longitud de onda no hay difracción. Tras el obstáculo aparece una zona en la que no se propagan las ondas.

Fuente de imagen y su texto:  
[https://www.uv.es/jmarques/\\_private/Teor%C3%ADa%20m.a.s.%20y%20ondas%20.pdf](https://www.uv.es/jmarques/_private/Teor%C3%ADa%20m.a.s.%20y%20ondas%20.pdf)

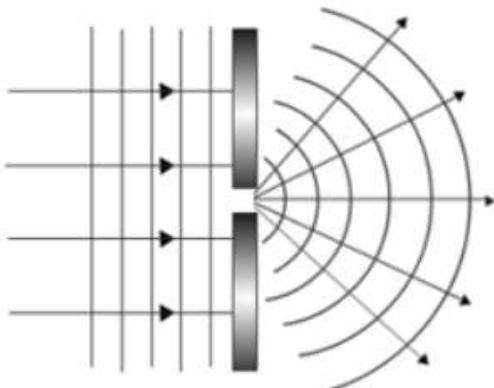


Chorro de partículas que inciden sobre una abertura



Ondas cuya longitud de onda es de tamaño comparable (o superior) al de la abertura

Si el orificio es de un tamaño similar a la longitud de onda (o menor) las ondas se difractan y se propagan detrás de él. Este fenómeno puede explicarse suponiendo que el orificio se convierte en una fuente secundaria de ondas (Principio de Huygens).

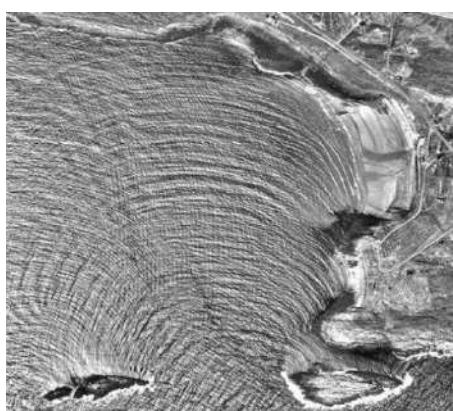
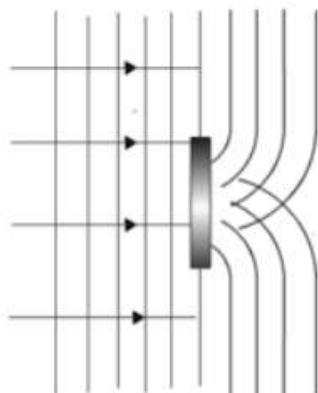
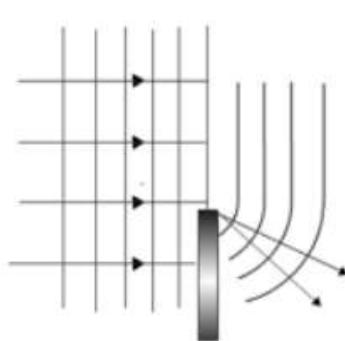


A la derecha se muestra la difracción de un onda por un obstáculo interpuesto en su trayectoria. Los frentes de onda se curvan en sus bordes según lo predicho por el Principio de Huygens.

Si la onda incidente es plana la que emerge del orificio es una onda circular.

La onda difractada tiene la misma frecuencia y longitud de onda, pero la amplitud suele disminuir porque la energía se reparte en una zona más amplia al difractarse.

Fuente de imagen y su texto (corregido):  
[https://www.uv.es/jmarques/\\_private/Teor%C3%ADa%20m.a.s.%20y%20ondas%20.pdf](https://www.uv.es/jmarques/_private/Teor%C3%ADa%20m.a.s.%20y%20ondas%20.pdf)

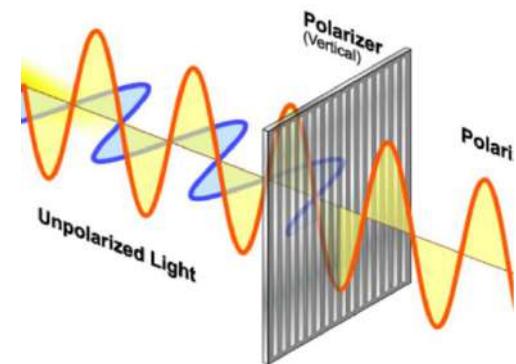


## POLARIZACIÓN

Recordemos que en las ondas longitudinales la dirección de perturbación es paralela a la dirección de propagación, como el sonido, y en las ondas transversales la dirección de perturbación es perpendicular a la dirección de propagación, como las ondas electromagnéticas.

Cuando una onda transversal se propaga, la perturbación puede llevar cualquier dirección, siempre que forme 90º con la de propagación. En el caso de la luz (que es una onda electromagnética), los campos eléctricos y magnéticos que componen la perturbación van cambiando de dirección, aunque siempre perpendiculares a la propagación). Es una onda no está polarizada.

Pero la luz puede polarizarse, es decir que vibre en una sola dirección. Esto se consigue mediante los filtros polarizadores, muy empleados en fotografía, y en gafas de sol, que por su composición sólo permiten que pase la onda que vibra en una dirección determinada. De lo contrario la luz es absorbida.



## REFRACCIÓN Y REFLEXIÓN

El eco del sonido, la imagen reflejada en un espejo o sobre un charco, o la parte partida de una pajita en un vaso con agua, son fenómenos propios de cualquier onda. Los tres primeros se deben a la **reflexión**, y el tercero a la **refracción**.

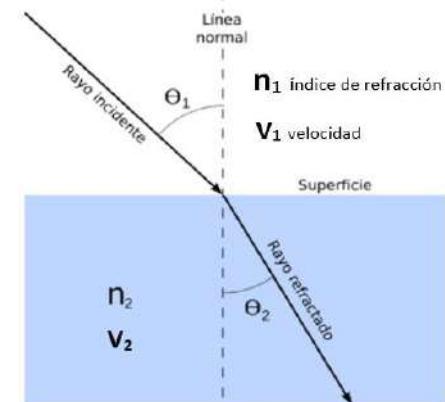
**Refracción:** La refracción es el cambio en la dirección de propagación de una onda o rayo incidente al atravesar un medio distinto y convertirse en la onda o rayo refractado (por ejemplo, la parte de la pajita que se ve partida dentro del agua).

En 1621, *Willebrord Snell* descubrió experimentalmente la relación entre los ángulos de incidencia y refracción, lo que le llevó a enunciar la **Ley de Snell** (o de Snell-Descartes).

Años más tarde, *Christian Huygens* explicó su origen físico mediante el **principio de Huygens**, demostrando que la refracción se debe a que la **velocidad de propagación de la onda cambia** al pasar de un medio a otro.

De este modo, se establece la relación entre los ángulos, los índices de refracción y las velocidades en ambos medios:

$$\text{Ley de Snell} \quad \frac{\operatorname{sen} \theta_1}{\operatorname{sen} \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \text{cte.}$$

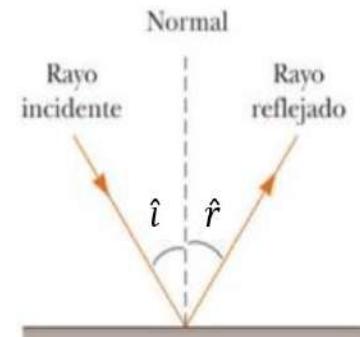


En general, al aumentar la densidad del medio, **disminuye la velocidad** de la onda refractada y **aumenta su índice de refracción (n)**, siendo **n = c/v** donde v es la velocidad de la onda en el medio y c la velocidad de la luz en el vacío.

**Reflexión:** Reflexión es el fenómeno que tiene lugar cuando las ondas que avanzan por un medio homogéneo chocan contra un medio que las hace retroceder cambiando de dirección y sentido y permanecer en el mismo medio.

Se llama ángulo de incidencia ( $\hat{i}$ ) al ángulo que forma la dirección en que llega la onda con la normal a la superficie reflectora, y ángulo de reflexión ( $\hat{r}$ ) al formado entre el rayo reflejado y esa misma normal.

- El rayo incidente y el reflejado y la normal a la superficie de separación de los dos medios están en el mismo plano.
- El rayo incidente y el reflejado forman con la normal ángulos iguales:  $\hat{i} = \hat{r}$



El fenómeno de refracción y reflexión pueden ocurrir simultáneamente (y es frecuente) incluso con un fenómeno adicional que es la absorción por la cual parte de la energía de la onda incidente es absorbida por el material en el que incide, en el caso de la **luz**, por ejemplo, parte de las longitudes de onda se absorben y otras se reflejan, dando a los objetos su **color característico**.

## INTERFERENCIAS

Si dos o más ondas coinciden en un punto del medio por el que se propagan se producirá un fenómeno de interferencia que se caracteriza por:

- Cada onda sigue su propagación sin sufrir modificaciones tras su interferencia con otras. La interferencia sólo ocurre en el punto donde coinciden ambas ondas.
- Se cumple el principio de superposición, es decir, la perturbación resultante en el punto de interferencia es la suma de las perturbaciones que cada onda produciría por separado. Si las ondas que interfieren son de la misma dirección la suma de ambas coincide con su suma algebraica. Si las ondas que interfieren no tienen la misma dirección, se suman vectorialmente.

Para simplificar supongamos que las dos ondas que interfieren tienen igual amplitud ( $A$ ), frecuencia angular ( $\omega$ ) y número de onda ( $k$ ):

$$y_1 = A \sin(\omega t - kx_1) \quad y \quad y_2 = A \sin(\omega t - kx_2)$$

siendo  $x_1$  y  $x_2$  las distancias al foco emisor, de cada onda, del punto de encuentro (interferencia).

Según el principio de superposición:  $y = y_1 + y_2 = A \sin(\omega t - kx_1) + A \sin(\omega t - kx_2)$

Teniendo en cuenta que  $\sin a + \sin b = 2 \cdot \sin(a+b/2) \cdot \cos(a-b/2)$ , operando tendremos:

$$y = 2A \cos\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right) \cdot \sin\left(\omega t - k\frac{x_1+x_2}{2}\right)$$

Que se representa como:

$$y(x, t) = A_r \cdot \sin(\omega t - kx)$$

$$\text{Siendo: } A_r = 2A \cos\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right) \quad x = \frac{x_1+x_2}{2}$$

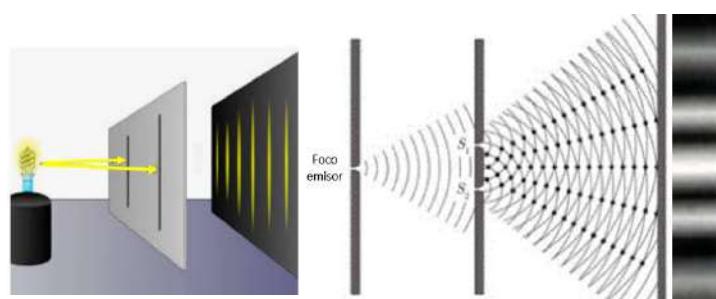
**Interferencia constructiva:** cuando la perturbación resultante está reforzada respecto a las que interfieren. La interferencia es máxima cuando  $A_r$  adquiere su valor máximo que ocurre cuando:

$$\cos\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right) = 1 \Rightarrow k\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right) = n\pi \quad \text{y como } k = 2\pi/\lambda \quad x_2 - x_1 = n\lambda$$

**Interferencia destructiva:** cuando la perturbación resultante está debilitada respecto a las que interfieren. La interferencia es nula cuando  $A_r$  adquiere su valor nulo que ocurre cuando:

$$\cos\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right) = 0 \Rightarrow k\left(\frac{x_2-x_1}{2}\right) = (2n+1) \cdot \frac{\pi}{2} \quad x_2 - x_1 = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

En 1801, Thomas Young demostró el fenómeno físico de la interferencia con la conocida experiencia de la doble rendija. Como consecuencia de ésta, el debate científico sobre la naturaleza de la luz quedó zanjado, la luz era de naturaleza ondulatoria. Pero en 1905, Einstein, con el efecto fotoeléctrico, demostró su naturaleza corpuscular, en definitiva, la dualidad de onda-partícula de la luz.



## ONDAS ESTACIONARIAS

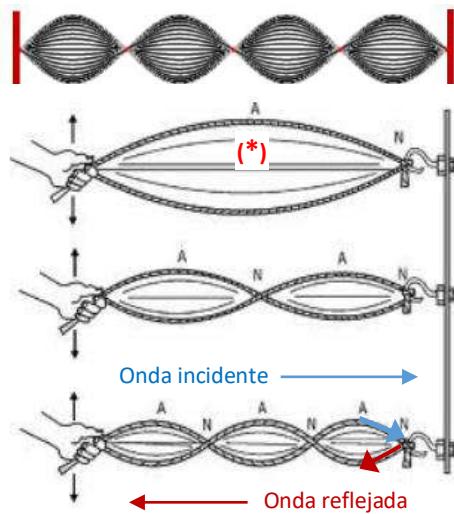
Si dos ondas armónicas de igual amplitud, periodo y longitud de onda se propagan en el mismo medio, pero en sentidos opuestos, se produce un fenómeno particular de interferencia denominado **onda estacionaria**.

Los casos más comunes son los de una cuerda con **dos extremos fijos** (como en una guitarra), donde las reflexiones en ambos extremos generan la onda estacionaria, y el de una cuerda con **un extremo fijo y otro libre** (por ejemplo, la mano que provoca la onda), en el que la onda se refleja en el extremo fijo y se superpone con la onda incidente.

Las ondas estacionarias se caracterizan por sus **nodos**, puntos del medio donde la vibración es nula, y sus **vientres** (o antinodos), donde la vibración es máxima (siempre hay un nodo más que vientres).

En las ondas estacionarias **no hay transmisión de energía**: la energía queda “atrapada” oscilando en los antinodos (vientres) entre las formas cinética y potencial.

Veamos el caso de la figura: la ecuación de onda resultante la obtenemos sumando las ecuaciones de las ondas incidente y reflejada.



$$\text{Onda incidente} \quad y_1 = A \sin(\omega t - kx)$$

$$\text{Onda reflejada} \quad y_2 = A \sin(\omega t + kx + \pi) = -A \sin(\omega t + kx)$$

*Hay un desfase de  $\pi$  radianes ( $180^\circ$ ) entre onda incidente y reflejada*

$$y = y_1 + y_2 = A \cos(\omega t - kx) - A \cos(\omega t + kx)$$

$$y = A [\sin(\omega t + kx) - \sin(\omega t - kx)]$$

$$\text{Y aplicando:} \quad \sin a - \sin b = 2 \cdot \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\mathbf{y = 2A \sin(kx) \cos(\omega t)}$$

Vemos que cada punto del medio está sometido a un movimiento vibratorio cuya amplitud depende de la distancia al origen. Cada punto vibra con una amplitud fija, pudiendo ser un nodo (amplitud nula) o un vientre (máximo) o cualquier otra amplitud entre ellas, marcada por su distancia al origen.

$$\text{Será un \textcolor{blue}{máximo (vientre)} si: } \sin(kx) = \pm 1 \Rightarrow A_{\text{vientre}} = 2A$$

$$\text{Y esto ocurre si: } kx = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

$$\text{Será un \textcolor{blue}{mínimo (nodo)} si: } \sin(kx) = 0 \Rightarrow A_{\text{nodo}} = 0$$

$$\text{Y esto ocurre si: } kx = n\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi \Rightarrow x = n\frac{\lambda}{2}$$

**NOTA:** Segundo la forma elegida para expresar las ondas que se superponen, las posiciones de **nodos** y **vientres** pueden aparecer intercambiadas en distintos textos. Ambas expresiones son equivalentes y describen la misma onda estacionaria, solo difieren en una **fase temporal** (un desfase de  $\pi/2$ ).

En una onda estacionaria con los extremos fijos tendremos un nodo en  $x=0$ , y otro en  $x=L$  (longitud de la Cuerda). Esto implica que la cuerda solo puede vibrar en **modos estacionarios**, en los que su longitud contiene un número entero de semilongitudes de onda:

$$L = n\frac{\lambda}{2}$$

Si nos fijamos en la figura anterior (\*), vemos que la vibración mínima posible debe ser equivalente a media longitud de onda ( $\lambda/2$ ); la segunda posibilidad es tener una longitud de onda completa ( $2\lambda/2=\lambda$ ), la tercera  $3\lambda/2$ , la 4<sup>a</sup>  $4\lambda/2$  ( $2\lambda$ ) y así sucesivamente. En definitiva, las longitudes de onda posibles son:

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad \text{Para cada } n \text{ tenemos el } 1^{\text{er}} \text{ armónico, } 2^{\text{o}} \text{ armónico, } 3^{\text{er}} \text{ armónico...}$$

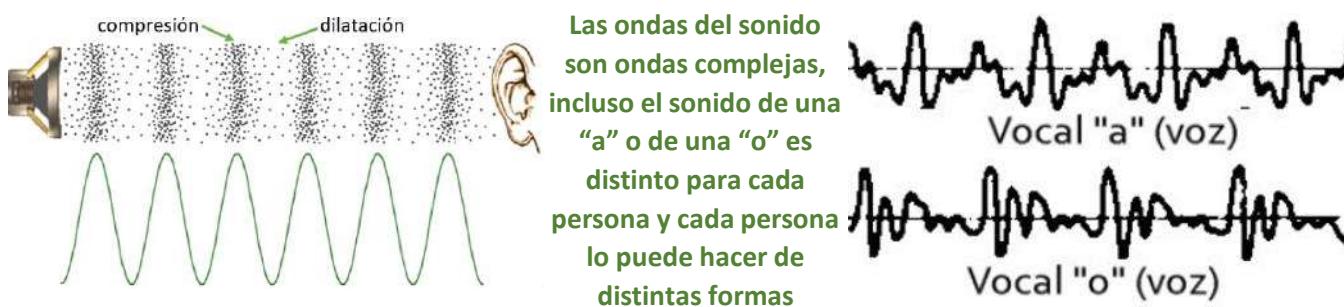
En un instrumento musical, el armónico fundamental (primer armónico, para  $n = 1$ ) es el que nos indica la nota musical que estamos tocando. Los armónicos superiores ( $n=2, 3, 4 \dots$ ) están presentes con **diferentes intensidades**, y esta **distribución de intensidades** es lo que produce el timbre característico que diferencia unos instrumentos de otros.

## ONDAS MECÁNICAS: EL SONIDO

Las ondas sonoras son ondas mecánicas longitudinales. Son mecánicas porque necesitan de un medio material para su propagación y longitudinales porque las partículas del medio oscilan en la misma dirección de propagación de la onda.

El sonido, la onda sonora, se transmite en cualquier medio con propiedades elásticas, ya sea sólido, líquido o gas. Por simplicidad y por ser lo más común vamos a imaginar el caso de la transmisión en el aire.

La onda sonora presenta zonas de mayor y menor presión, llamadas compresión y depresión (o dilatación o rarefacción):



## Tono y timbre de un sonido

El tono es la característica del sonido que nos indica si éste es agudo (tono alto) o grave (tono bajo). La magnitud física que determina el tono es la frecuencia del sonido, las frecuencias altas corresponden a un sonido agudo, y las frecuencias bajas a los sonidos graves.

Sin embargo, cuando escuchamos una misma nota musical (igual tono) correspondientes a instrumentos musicales distintos (una flauta, un piano o un violín, por ejemplo), suenan de forma muy distinta, y podemos distinguirlos claramente. Esto es debido a algo que comentamos en el apartado de ondas estacionarias. Todo instrumento musical, al vibrar, produce ondas estacionarias de múltiples frecuencias (los armónicos). El armónico fundamental es el que nos da la nota musical, y el resto de los armónicos le dan al sonido las características propias del instrumento. Estos armónicos secundarios constituyen el timbre del sonido. Lo mismo ocurre con nuestra voz, una misma frase suena distinta en cada persona y por ello podemos reconocer voces de personas conocidas.

## Ultrasonidos e infrasonidos

Puede haber un sonido en el ambiente y no oírlo por dos razones, una por tener baja intensidad sonora que luego veremos y otra por el umbral de frecuencia.

El oído humano es capaz de percibir sonidos que estén comprendidos entre las frecuencias de unos 20 a 20000 Hz. Por debajo de la frecuencia mínima (infrasonidos), no somos capaces de oír las vibraciones. Pueden producirse infrasonidos intensos por el viento, en los momentos previos a un terremoto y otras

causas pero no los oímos, pero sí son audibles para ciertos animales como elefantes, ballenas (incluso lo usan para comunicarse) o ciertas aves y roedores y muchos otros animales

Por encima de 20 kHz se sitúan los ultrasonidos que tampoco son audibles para los humanos, pero sí para otros animales como perros, gatos, delfines, murciélagos (estos los usan para orientarse).

Los ultrasonidos tienen gran amplitud de usos en medicina para visualizar órganos, seguimiento del embarazo, fisioterapia etc.

## Velocidad de propagación del sonido

La velocidad a la que se propaga el sonido no depende de su intensidad o de sus cualidades, sino únicamente de las propiedades del medio.

Cuanto mayor sea la rigidez del medio, mayores serán también las fuerzas restauradoras que hacen que las partículas recuperen sus posiciones originales. De ese modo, en general, el sonido se propaga con mayor velocidad en los medios más rígidos, por lo que la velocidad de propagación es más elevada en los sólidos que en los líquidos y en éstos mayor que en los gases, pero puede haber entrecruzamientos (gases con mayor velocidad que líquidos y líquidos con mayores velocidades que en los sólidos).

En general, la velocidad de propagación de una onda mecánica, como el sonido, viene dada por:

$$v = \sqrt{\frac{\text{propiedad elástica (medida de la rigidez)}}{\text{propiedad inercial (medida del densidad)}}}$$

En el caso del aire, que es el caso más frecuente de cara a nuestra audición, la velocidad de propagación del sonido tiene buena aproximación a:

$$v = 20\sqrt{T} \quad T = \text{Kelvin}$$

## Intensidad del sonido y sensación sonora

Ya hemos estudiado que, al ampliarse el frente de onda, la energía se reparte y, por tanto, la intensidad disminuye, y en el caso de las esféricas, como el sonido, lo hace proporcionalmente a la inversa del radio al cuadrado (la superficie aumenta según  $4\pi r^2$ )  $\rightarrow I \propto 1/r^2$

En el S.I la intensidad sonora se mide en  $J \cdot s^{-1} \cdot m^{-2} = W/m^2$ .

La intensidad puede definirse como la potencia por unidad de superficie (perpendicular a la dirección de propagación), y teniendo en cuenta que la onda sonora tiene una propagación esférica la superficie a una distancia  $r$  será  $S = 4\pi r^2$ :

$$I = \frac{P}{S} \Leftrightarrow I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

**Absorción:** Cuando el sonido atraviesa un material distinto al aire pierde intensidad, dependiendo de la naturaleza del material y su longitud (espesor). Esta pérdida de intensidad viene dada por la ecuación por la ley de Beer:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}$$

siendo  $x$  el espesor del material que atraviesa y  $\alpha$  coeficiente de atenuación acústica del material ( $m^{-1}$ ) y es variable según la frecuencia, aumentando con ésta. Materiales como la lana de roca, fibra de vidrio o corcho natural se emplean para reducir el sonido en, por ejemplo, en estudios de grabación.

**Sensación sonora:** El oído humano, como receptor de sonidos, abarca un amplísimo espectro de intensidades, que van desde los casi imperceptibles  $10^{-12} W/m^2$ , que se considera como el umbral de audición, hasta aproximadamente  $1 W/m^2$ , que correspondería a una sensación auditiva dolorosa, por ejemplo, la producida por un taladro neumático funcionando a dos metros de distancia.

Debido al amplio rango de intensidades que abarca el oído humano, suele emplearse una escala logarítmica de intensidades relativas llamada escala de nivel de intensidad. De acuerdo con esta escala: Se define el nivel de intensidad,  $\beta$ , de una onda sonora como:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad \beta \text{ se expresa en dB (decibelios)}$$

Siendo  $I$  = intensidad de la onda sonora y  $I_0$  = umbral de audición =  $10^{-12} \frac{W}{m^2}$

$\beta$  se mide en decibelios. Si  $I = I_0 \Rightarrow \beta = 0$  silencio o umbral de audición

$I = 10^{-7} W/m^2 \Rightarrow \beta = 50 \text{ dB ruido oficina normal}$

$I = 1 W/m^2 \Rightarrow \beta = 120 \text{ dB umbral del dolor (avión despegando)}$

## REFLEXIÓN DEL SONIDO. ECO Y REVERBERACIÓN

La reflexión es uno de los fenómenos más comunes que experimentan las ondas. En el caso del sonido, ocurre cuando una onda choca contra una superficie y rebota hacia el medio del que procede. La física detrás de este fenómeno es sencilla: el ángulo con el que incide la onda es igual al ángulo con el que se refleja.

Sin embargo, sus consecuencias son sorprendentes. Veamos algunos casos en los que la reflexión (o redirección) del sonido se aprovecha intencionalmente para concentrar o dirigir las ondas sonoras:

- **Paráboles acústicas** (concentración focal): Las antenas parabólicas que se encuentran en museos de ciencias utilizan su geometría para captar o dirigir el sonido. Si un emisor se coloca en el foco de una parábola, las ondas reflejadas viajan paralelas entre sí (haz colimado). A la inversa, si el sonido llega como un haz paralelo, las ondas reflejadas convergen en el foco. Esto permite, por ejemplo, que dos personas puedan susurrar a grandes distancias.

- **Megáfonos** naturales (dirección del sonido): Cuando colocamos las manos alrededor de la boca, actuamos como un megáfono simple. La forma cónica impide que el sonido se propague en todas direcciones, obligando a las ondas a viajar hacia adelante. Más que una reflexión propiamente dicha, se trata de una guía que concentra la energía sonora en una dirección, haciendo que el sonido parezca más intenso para quien se encuentra en esa trayectoria.

En ambos casos, el objetivo es evitar que la energía sonora se disperse en todas direcciones. Cuando el sonido se emite libremente desde una fuente puntual, las ondas son esféricas y la energía se reparte sobre la superficie de una esfera de área  $S=4\pi r^2$ , y en consecuencia la intensidad sonora disminuye con el cuadrado de la distancia ( $I \propto 1/r^2$ ).

En cambio, los dispositivos como las paráboles o los megáfonos reorganizan las ondas reflejadas o guiadas para que se propaguen como un haz aproximadamente plano o cilíndrico, con una pérdida de energía mucho menor ( $I \propto 1/r$ ).

De otra parte, la reflexión del sonido da lugar a dos fenómenos interesantes: el eco y la reverberación.

**Eco.** El sonido reflejado se percibe como **totalmente separado** del sonido original. Para que esto ocurra el retraso de la onda reflejada debe ser de al menos 0.1 segundos (el tiempo que tarda el oído en distinguir dos sonidos separados). Esto requiere una distancia de la superficie reflectante de **17 metros** (34 m entre ida y vuelta en 0,1 s son los 340 m/s de la velocidad del sonido).

**Reverberación.** Se produce cuando las **múltiples reflexiones** del sonido se suceden tan rápidamente que llegan al oído con un retraso **inferior a 0.1 s** respecto a la onda directa. En lugar de escucharse por separado (como un eco), estas reflexiones se **superponen**, creando un decaimiento continuo que alarga el sonido original. La reverberación, en la **cantidad adecuada**, es la responsable de la sensación de "**cuerpo, calidez y plenitud**" del sonido en conciertos o salas sinfónicas. Sin embargo, un **exceso** provoca una acústica deficiente, haciendo que el sonido sea turbio y confuso, como se experimenta en salones grandes o vacíos.

## REFRACCIÓN DEL SONIDO

La refracción es el fenómeno que ocurre cuando una onda sonora cambia de dirección y velocidad al pasar de un medio a otro, o dentro de un mismo medio cuyas propiedades (como la temperatura o la densidad) varían gradualmente.

A diferencia de la reflexión —que es un rebote sobre una superficie—, la refracción es un cambio de trayectoria causado por una variación en la velocidad de propagación.

La velocidad del sonido en el aire depende directamente de la temperatura: el sonido viaja más rápido en aire caliente y más lento en aire frío. (En el aire seco, la velocidad aumenta aproximadamente 0,6 m/s por cada grado Celsius de incremento de temperatura.)

Este principio explica por qué, en determinadas condiciones, podemos oír sonidos lejanos con mayor claridad. Veamos cómo:

**Durante la noche o al atardecer**, el suelo se enfriá más rápido que el aire en altura. Se crea un gradiente térmico donde el aire cercano al suelo está más frío (sonido más lento) y el aire en altura está más caliente (sonido más rápido). Cuando las ondas sonoras ascienden, la parte superior de la onda —en el aire más cálido y rápido— se adelanta a la inferior, haciendo que la onda se **curve hacia el suelo**. Este efecto «canaliza» el sonido, permitiéndole viajar mucho más lejos y ser audible a distancias inusuales.

**Durante el día**, ocurre lo contrario: el aire cercano al suelo está más caliente (sonido más rápido) y el aire superior más frío (sonido más lento). La parte inferior de la onda se adelanta, haciendo que la trayectoria se **curvó hacia arriba**, generando así una «**sombra acústica**» en el suelo, donde los sonidos se extinguen rápidamente y dejan de oírse a grandes distancias.

El viento también contribuye a este efecto, ya que su velocidad suele aumentar con la altura y refracta las ondas sonoras en la dirección del viento.

**Lentes acústicas**. Son dispositivos diseñados para manipular la refracción con fines tecnológicos. Su funcionamiento es análogo al de una lente óptica que enfoca la luz:

Se construyen con materiales o estructuras que tienen una **velocidad del sonido variable**. Por ejemplo, una lente puede usar una serie de cámaras llenas de **gases más densos** (como CO<sub>2</sub> o SF<sub>6</sub>, donde el sonido es **más lento**) o de metamateriales que fuerzan a las ondas a cambiar su velocidad, y por lo tanto, su dirección, **haciéndolas converger** (al igual que una lente de aumento).

Si, por el contrario, intercalamos un globo con helio, en los que la velocidad es mayor, conseguiremos **divergir** el sonido y lo escucharemos con poca intensidad.

Las lentes acústicas se utilizan en aplicaciones avanzadas, como en la **medicina** (para enfocar ultrasonidos en un tumor sin dañar el tejido circundante) o en el **control de ruido**, dirigiendo las ondas no deseadas lejos de un área específica.

## DIFRACCIÓN DEL SONIDO

La difracción del sonido es el fenómeno físico en el que las ondas sonoras se curvan alrededor de obstáculos y se propagan a través de pequeñas aberturas, en lugar de seguir en línea recta. Este efecto se produce porque la longitud de onda del sonido es comparable al tamaño de los obstáculos o aberturas, permitiendo que las ondas se dispersen en diferentes direcciones.

La difracción es una consecuencia del [Principio de Huygens](#)

## EFFECTO DOPPLER Y BARRERA DEL SONIDO

El efecto Doppler es un curioso que sentimos con el sonido, por ejemplo, del motor de un coche de carrera cuando se acerca y luego se aleja, o el silbato de un tren cuando se acerca y aleja. El efecto Doppler debe su nombre al astrofísico Christian Doppler, el cual dedujo este efecto cuando estudiaba el color de las estrellas. Poco después Buys Ballot demostró su efecto en las ondas sonoras.

El efecto Doppler es debido al movimiento relativo de la fuente sonora y el observador lo que motiva un cambio en la frecuencia que percibe el observador.

Si llamamos  $v$  a la velocidad del sonido y  $v_F$  a la velocidad con que se mueve el foco emisor del sonido de frecuencia  $f$ , tenemos que la frecuencia que percibirá el observador  $f_o$  es:

$$f_o = f \left( \frac{v}{v \pm v_F} \right)$$

Si la fuente se acerca se emplea el  $- (v - v_F)$  y cuando se aleja el  $+ (v + v_F)$

El resultado nos indica que el sonido que nos llega cuando se acerca es más agudo que cuando se aleja.

Si la fuente sonora está fija y el observador en movimiento con  $v_o$ :

$$f_o = f \left( \frac{v \pm v_o}{v} \right)$$

Si el observador se acerca se acerca se emplea el  $+ (v + v_o)$  y cuando se aleja el  $- (v - v_o)$

El resultado nos indica que el sonido que percibimos cuando nos acercamos es más agudo que cuando nos aljamos, lo mismo que ocurría cuando era el foco el que se movía

La fórmula general es:  $f_o = f \left( \frac{v \pm v_o}{v \mp v_F} \right)$  y los signos corresponden a los individuales anteriores.

**Barrera del sonido.** Cuando la velocidad de la fuente ( $v_F$ ) es igual a la velocidad del sonido ( $v$ ), la fuente se está moviendo exactamente a la misma velocidad que las ondas que emite y en consecuencia ocurre un **Apilamiento de Ondas**.

Las ondas sonoras que emite la fuente se acumulan y no pueden avanzar delante de ella, ya que la fuente las está "alcanzando" continuamente. Todos los frentes de onda (compresiones) emitidos en diferentes momentos llegan al punto situado justo delante de la fuente **simultáneamente**.

Esta superposición crea una onda de gran amplitud y muy alta presión llamada **onda de choque**.

Mientras esto ocurre, el observador inmóvil, **no escuchará ningún sonido** de la fuente que se acerca. Solo cuando la fuente pase delante junto con la onda de choque generada (el **estallido sónico**), el observador escuchará un sonido repentino e intensísimo que marca el paso de la fuente a la velocidad del sonido. Decimos que ha **roto la barrera del sonido**

Este fenómeno es la base de la **velocidad Mach 1** ( $v_F = v$ ) y es lo que ocurre cuando un avión rompe la barrera del sonido.

## CONTAMINACIÓN ACÚSTICA

Está comprobado que superar un ruido de 80dB, incluso 65 dB, de forma más o menos prolongada, no solo acarrea problemas auditivos (pérdida o disminución auditiva), sino también trastornos psicológicos, irritabilidad, estrés, bajo rendimiento, dificultades para dormir... Se habla entonces de contaminación sonora.

Las medidas contra la contaminación acústica suele ser de dos tipos:

**Pasivas:** No actuan contra los focos emisores, sino que se trata de amortiguar la propagación del sonido o su impacto, como insonorizar locales o viviendas, muros de apantallamiento en las vías urbanas, o medidas de protección con cascos antirruidos en trabajos con mucho ruido.

**Activas:** Actuan contra los focos emisores de ruido. En esta línea se incluyen el uso de silenciadores y filtros para reducir el ruido de los motores y fomentar el uso de transporte público para reducir el tráfico rodado en zonas urbanas, el horario de cierre de locales de ocio o la insonorización de los mismos con materiales absorbentes para que el exterior no supere una intensidad mayor de 65 dB.