

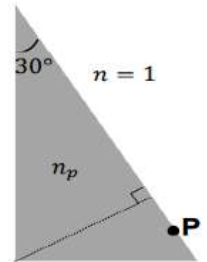
EJERCICIOS RESUELTOS DE ÓPTICA

Todos los ejercicios son de pruebas de PAU de distintos años y comunidades.
No siguen ningún orden de dificultad.

Luis Pardillo Vela <https://fisicayquimicaluis.wixsite.com/esoybach>

1) El prisma de sección triangular mostrado en la figura está hecho de un material con índice de refracción n_p . Se halla inmerso en aire, con índice de refracción igual a 1.

a) Determine el índice de refracción n_p si se sabe que el ángulo límite para la reflexión total en el paso del prisma al aire vale $45,58^\circ$. b) Considere un rayo de luz que incide perpendicularmente sobre la superficie del prisma desde el aire, en el punto P. Elabore un diagrama mostrando su recorrido en el interior del prisma hasta que vuelve a emerger al aire, y calcule el ángulo de refracción a la salida.



2) Colocamos un objeto de 2 cm de altura a 15 cm de una lente de +5 dioptrías. a) Dibuja un diagrama (trayectoria del rayo) con la posición del objeto, la lente y la imagen, e indica el tipo de lente. b) Calcula la posición y el aumento de la imagen.

3) Determine las características (real/virtual, derecha/invertida, mayor/menor), tamaño y posición de la imagen formada por una lente divergente de 0,10 m de distancia focal, si se sitúa un objeto de 1 cm de tamaño a una distancia de: a) 15 cm de la lente. b) 5 cm de la lente. Realice en ambos casos el diagrama de rayos correspondiente.

4) a) Determine a qué distancia debe colocarse un objeto delante de una lente convergente de 0,30 m de distancia focal, para que se forme una imagen virtual, derecha y dos veces mayor que el objeto. b) El punto remoto de un ojo miope se encuentra 0,5 m delante de sus ojos. Determine la potencia de la lente que debe utilizar para ver nítido un objeto situado en el infinito.

5) Dos lentes convergentes idénticas están separadas 16 cm. Cuando un objeto se sitúa a una cierta distancia a la izquierda de la primera lente, se encuentra que cada una de ellas opera con aumento igual a -1. a) Determine la potencia de las lentes. b) ¿Cuánto y hacia dónde debe desplazarse la segunda lente para lograr que la imagen del sistema se forme en el infinito?

6) En una pantalla, situada 3 m por detrás de una lente delgada convergente, se forma la imagen de un pequeño objeto vertical situado 60 cm delante de la lente. a) Calcule la potencia de la lente. b) Calcule la altura de la imagen si la altura del objeto es de 5 mm? c) Trace el esquema de rayos correspondiente. d) Explique el defecto de visión del ojo humano que puede corregirse con este tipo de lentes.

7) Se coloca un objeto de 8 cm de altura a 75 cm de una lente de -2 dioptrías. a) Calcule la distancia focal de la lente e indique, razonando su respuesta, si la lente es convergente o divergente. b) Calcule la posición a la que se formará la imagen del objeto, el tamaño de la imagen y su aumento lateral. c) Dibuje el trazado de rayos y describa las características de la imagen.

8) Un espejo tiene un aumento lateral de 1.5 cuando el rostro de una persona se encuentra a 20 cm del espejo.

- a) Indique si el espejo es plano, cóncavo o convexo;
- b) Dibuje el diagrama de rayos;
- c) Calcule la distancia focal del espejo.

9) En las especificaciones de una lente de una cámara fotográfica, leemos que su distancia focal es 50 mm, que está hecha de un vidrio de sílex cuyo índice de refracción es 1.6 y que es planoconvexa. a) Determinar el radio de curvatura de la cara curva de la lente. b) Calcular a qué distancia de la lente habría que colocar un objeto para que su imagen tenga la mitad de tamaño (en valor absoluto) que el tamaño del objeto. c) Si un rayo láser incide desde el aire sobre la cara plana de la lente con un ángulo de 45° respecto de la normal, determinar el ángulo que forma el láser dentro de la lente respecto de la normal.

10) Se dispone de un espejo cóncavo de focal 80 mm extraído de un pequeño telescopio.

- a) Muestra mediante un trazado de rayos, donde se formará la imagen de un objeto situado a 15 cm del vértice del espejo y de qué tipo será: ¿real o virtual?; ¿derecha o invertida?
- b) ¿Qué aumento proporcionará el espejo con el objeto a la distancia citada?
- c) Si sustituimos el espejo por uno convexo con la misma focal, ¿cuál sería el resultado del apartado b)?

11) Se necesita proyectar una diapositiva de 2 cm de altura sobre una pantalla situada a 3 m de la misma, de forma que la imagen sea invertida y de 50 cm de altura. Calcule: a) Distancia del objeto a la lente del proyector. b) Potencia de la lente del proyector. c) Haga un esquema de la formación de la imagen mediante un trazado de rayos

12) Una lámina de vidrio con caras planas y paralelas, con un índice de refracción de 1,4, se encuentra en aire, cuyo índice de refracción es 1,0. Un rayo de luz monocromática con una frecuencia de $4,3 \times 10^{14}$ Hz incide sobre la lámina desde el aire con un ángulo de 30° respecto a la normal a la superficie que separa ambos medios. Calcule: a) la longitud de onda del rayo refractado; b) el ángulo de refracción.

DATO: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

13) Un buceador emite un rayo de luz, utilizando una potente linterna, que incide desde el agua hacia el fondo de la piscina que consiste en un medio transparente. Si el ángulo de incidencia es de 70° el rayo de luz se refleja, pero si el ángulo es menor se refracta. a) Calcule el índice de refracción del segundo medio. b) Determine el ángulo de incidencia para el cual se observa que los rayos reflejado y refractado son mutuamente perpendiculares. c) El buceador saca parcialmente el brazo extendido fuera del agua (hacia el aire formando con la superficie del agua un ángulo menor de 90°); sin embargo, lo observa doblado. Explique razonadamente y con trazado de rayos la causa. d) Si el buceador se quitase las gafas bajo el agua tendría una percepción de las imágenes como si fuese hipermetrope. Explique el concepto de hipermetropía y cómo se puede corregir con una lente.

Datos: Considere que el índice de refracción del aire =1; y que el índice de refracción del agua = 1,33

14) Un objeto de 2 cm de altura se sitúa a 18 cm a la izquierda de una pantalla. Entre la pantalla y el objeto, a 14,2 cm de este, se sitúa una lente convergente. a) Determine la distancia focal que debe tener la lente para que se enfoque la imagen del objeto sobre la pantalla y el tamaño de la imagen. b) A continuación, se retira la pantalla y se sitúa a 5 cm a la derecha de la primera lente otra lente convergente de distancia focal 1,2 cm. ¿Dónde se formará la nueva imagen? Realice el correspondiente trazado de rayos.

15) Un haz de luz procedente del aire incide sobre la superficie de un vidrio transparente, con un ángulo respecto a la normal de 45° . El vidrio tiene 5 cm de espesor y está situado horizontalmente. El rayo de luz en el interior del vidrio forma un ángulo de 62° respecto a la horizontal. a) Determinar el índice de refracción del vidrio. b) Si la frecuencia de la luz es de $3 \cdot 10^{14}$ Hz, calcular su longitud de onda en el interior del vidrio. c) Determinar el tiempo que emplea el rayo en atravesar el vidrio. DATO: Índice de refracción del aire: $n_{\text{aire}} = 1$.

16) A) Un rayo láser incide desde el aire sobre la superficie plana de un material con un índice de refracción 1,55. El rayo incidente y el reflejado forman entre sí un ángulo de 60° . Dibuje el diagrama de rayos correspondiente y calcule el ángulo que formará el rayo refractado en el material con el rayo reflejado en el aire.

B) Se dispone de una lente convergente de distancia focal 5 cm. Determine el tamaño de un objeto que está situado a 20 cm de la lente y forma una imagen de 3 cm de altura. Indique las características de la imagen (real o virtual, derecha o invertida, mayor o menor que el objeto).

17) a) Realice y explique el trazado de rayos para un objeto situado entre el foco objeto y una lente convergente. Justifique las características de la imagen. b) Un objeto de 30 cm de altura se coloca a 2 m de distancia de una lente delgada divergente. La distancia focal de la lente es de 50 cm. Indicando el criterio de signos aplicado, calcule la posición y el tamaño de la imagen formada. Realice razonadamente el trazado de rayos y justifique la naturaleza de la imagen.

18) a) Se coloca un objeto a una distancia de una lente convergente igual a dos veces su distancia focal. Trace un diagrama de rayos e indique a partir de él las características de la imagen (mayor/menor/igual, derecha/invertida, real/virtual).

b) Una lente divergente forma una imagen virtual y derecha de un objeto situado a 12 cm delante de ella. Si el aumento lateral es 0,3, determine la distancia focal de la lente y efectúe el diagrama de rayos correspondiente.

19) A) Un haz de luz viaja por el agua a una velocidad $v = 2,25 \cdot 10^8$ m/s. Determine el valor mínimo del ángulo de incidencia sobre la superficie de separación agua-aire, para que no emerja al aire. Realice un diagrama de la marcha de rayos para el ángulo calculado y para otro ángulo mayor.

B) Un objeto está situado a 25 cm de distancia de una pantalla. ¿En qué dos puntos comprendidos entre el objeto y la pantalla puede situarse una lente convergente de 4 cm de distancia focal para que se forme la imagen del objeto sobre la pantalla?

20) a) Un rayo de luz monocromática pasa de un medio de índice de refracción n_1 a otro medio con índice de refracción n_2 , siendo $n_1 < n_2$. Razone y justifique la veracidad o falsedad de las siguientes frases: i) La velocidad de dicho rayo aumenta al pasar del primer medio al segundo. ii) La longitud de onda del rayo es mayor en el segundo medio.

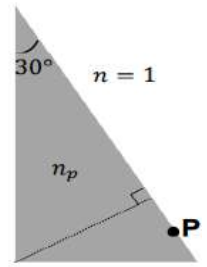
b) Sea un recipiente que contiene agua que llega hasta una altura de 0,25 m, y sobre la que se ha colocado una capa de aceite. Procedente del aire, incide sobre la capa de aceite un rayo de luz que forma 50° con la normal a la superficie de separación aire-aceite. i) Haga un esquema de la trayectoria que sigue el rayo en los diferentes medios (aire, aceite y agua), en el que se incluyan los valores de los ángulos que forman con la normal los rayos refractados en el aceite y en el agua. ii) Calcule la velocidad de la luz en el agua. $c = 3 \cdot 10^8$ m s⁻¹ ; $n_{\text{aire}} = 1$; $n_{\text{aceite}} = 1,47$; $n_{\text{agua}} = 1,33$

RESOLUCIÓN DE LOS EJERCICIOS DE ÓPTICA

Luis Pardillo Vela <https://fisicayquimicaluis.wixsite.com/esoybach>

1) El prisma de sección triangular mostrado en la figura está hecho de un material con índice de refracción n_p . Se halla inmerso en aire, con índice de refracción igual a 1.

a) Determine el índice de refracción n_p si se sabe que el ángulo límite para la reflexión total en el paso del prisma al aire vale $45,58^\circ$. b) Considere un rayo de luz que incide perpendicularmente sobre la superficie del prisma desde el aire, en el punto P. Elabore un diagrama mostrando su recorrido en el interior del prisma hasta que vuelve a emerger al aire, y calcule el ángulo de refracción a la salida.

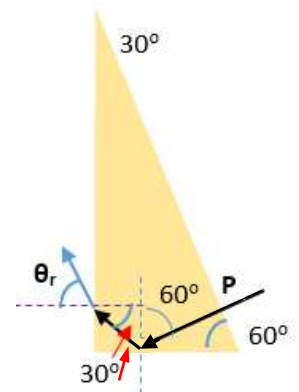


a) El ángulo límite θ_L para la reflexión total interna se define cuando el rayo pasa de un medio más denso n_p a un medio menos denso $n=1$. El rayo refractado en el aire forma un ángulo de 90° con la normal.

$$n_p \sin \theta_L = n_{\text{aire}} \sin 90^\circ \Rightarrow n_p \sin 45,58 = 1 \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow n_p \sin 45,58 = 1 \Rightarrow \mathbf{n_p = 1,40}$$

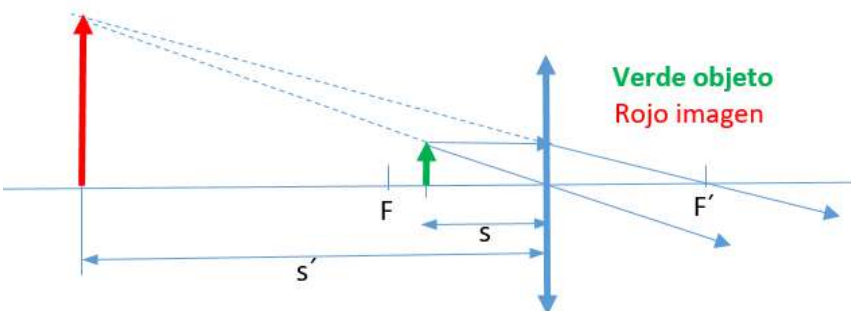
b) El rayo con incidencia normal en el punto P avanza sin desviarse hasta la cara opuesta al ángulo de 30° . Su ángulo de incidencia, 60° , es superior al ángulo límite dado en el enunciado ($45,58^\circ$), por lo que es completamente reflejado y alcanza la cara vertical del prisma con un ángulo de incidencia de 30° , inferior al ángulo límite por lo que no hay reflexión total. Aplicando la ley de Snell, podemos calcular el ángulo de refracción θ_r a la salida del prisma:

$$n_p \sin \theta_L = n_{\text{aire}} \sin \theta_r \Rightarrow 1,4 \sin 30 = 1 \cdot \sin \theta_r \Rightarrow \mathbf{\theta_r = 44,43^\circ}$$



2) Colocamos un objeto de 2 cm de altura a 15 cm de una lente de +5 dioptrías. a) Dibuja un diagrama (trayectoria del rayo) con la posición del objeto, la lente y la imagen, e indica el tipo de lente. b) Calcula la posición y el aumento de la imagen.

a)



El tipo de lente es convergente ya que las dioptrías son positivas.

La imagen es real, derecha e invertida

b) $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{-15} = \frac{1}{20} \Rightarrow \mathbf{s' = -60 \text{ cm a } 60 \text{ cm a la izquierda de la lente}}$

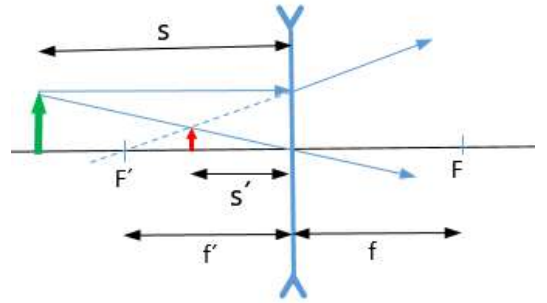
$$M = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-60}{-15} = \mathbf{4 = M \text{ (o } A_L)}$$

3) Determine las características (real/virtual, derecha/invertida, mayor/menor), tamaño y posición de la imagen formada por una lente divergente de 0,10 m de distancia focal, si se sitúa un objeto de 1 cm de tamaño a una distancia de: a) 15 cm de la lente. b) 5 cm de la lente. Realice en ambos casos el diagrama de rayos correspondiente.

a) **Virtual, derecha y menor** (caso único en lentes divergentes)

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,15} = \frac{1}{-0,1} \Rightarrow s' = -0,06 \text{ m}$$

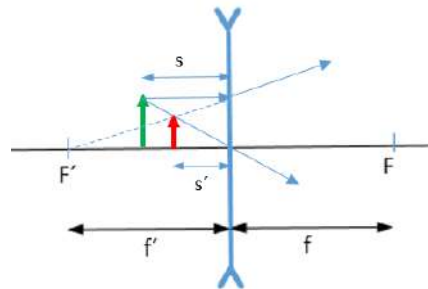
$$M = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{0,01} = \frac{-0,06}{-0,15} \Rightarrow y' = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$



b) $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0,05} = \frac{1}{-0,1} \Rightarrow s' = -0,033 \text{ m}$

$$M = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{0,01} = \frac{-0,033}{-0,05} \Rightarrow y' = 6,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Virtual, derecha y menor



4) a) Determine a qué distancia debe colocarse un objeto delante de una lente convergente de 0,30 m de distancia focal, para que se forme una imagen virtual, derecha y dos veces mayor que el objeto. b) El punto remoto de un ojo miope se encuentra 0,5 m delante de sus ojos. Determine la potencia de la lente que debe utilizar para ver nítido un objeto situado en el infinito.

a) $M = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = 2 \Rightarrow s' = 2s$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{2s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0,3} \Rightarrow s = -0,15 \text{ m}$$

b) **Miopía:** defecto refractivo donde los rayos de luz convergen antes de llegar a la retina. El ojo es "demasiado convergente" por lo que se debe usar una lente divergente:

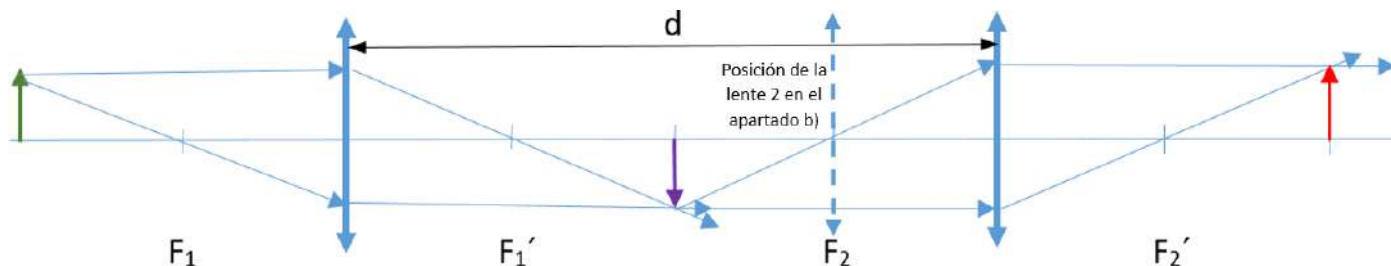
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0,5} - \frac{1}{-\infty} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = -0,5 \text{ m} \Rightarrow P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0,5} = -2 \text{ dioptrías}$$

5) Dos lentes convergentes idénticas están separadas 16 cm. Cuando un objeto se sitúa a una cierta distancia a la izquierda de la primera lente, se encuentra que cada una de ellas opera con aumento igual a -1. a) Determine la potencia de las lentes. b) ¿Cuánto y hacia dónde debe desplazarse la segunda lente para lograr que la imagen del sistema se forme en el infinito?

a) $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$ De la condición de $M = -1$ se tiene que $M = \frac{s'}{s} = -1 \Rightarrow s' = -s$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-s'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{2}{s'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s' = 2f' = -s$$

Como vemos en la imagen, la distancia que separa las lentes (16 cm) es cuatro veces la distancia focal:



$$f' = \frac{16 \text{ cm}}{4} = 4 \text{ cm} \Rightarrow P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,04} = +25 \text{ dioptrías ambas lentes al ser iguales}$$

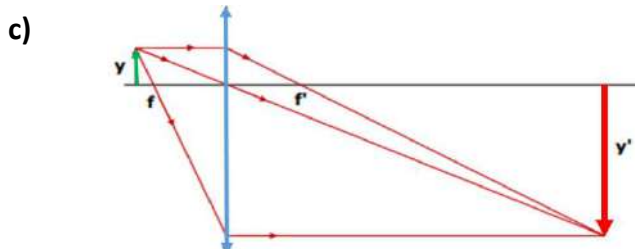
El convenio de signos se aplica a cada lente de forma independiente a medida que se recorre el sistema de izquierda a derecha.

b) Para que la imagen del sistema se forme en el infinito, la posición de la imagen de la primera debe corresponder con el foco de la segunda lente y para ello debemos **mover la segunda lente hacia la izquierda 4 cm** (ver imagen).

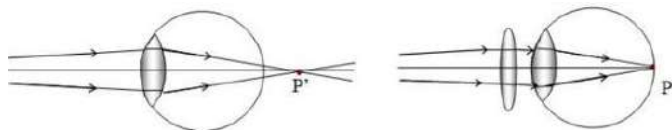
6) En una pantalla, situada 3 m por detrás de una lente delgada convergente, se forma la imagen de un pequeño objeto vertical situado 60 cm delante de la lente. a) Calcule la potencia de la lente. b) Calcule la altura de la imagen si la altura del objeto es de 5 mm? c) Trace el esquema de rayos correspondiente. d) Explique el defecto de visión del ojo humano que puede corregirse con este tipo de lentes.

$$\text{a) } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{-0,6} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = +0,5 \text{ m} ; P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,5} = +2 \text{ dioptrías}$$

$$\text{b) } \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{y'}{5 \cdot 10^{-3}} = \frac{3}{-0,6} \Rightarrow y' = 0,025 \text{ m} = 25 \text{ mm la imagen}$$



d) En la **hipermetropía** los rayos de luz procedentes de un objeto próximo al ojo se enfocan en un punto situado detrás de la retina, por consiguiente, los objetos próximos al ojo se ven borrosos, y en consecuencia **se corrige con lente convergente**.



7) Se coloca un objeto de 8 cm de altura a 75 cm de una lente de -2 dioptrías. a) Calcule la distancia focal de la lente e indique, razonando su respuesta, si la lente es convergente o divergente. b) Calcule la posición a la que se formará la imagen del objeto, el tamaño de la imagen y su aumento lateral. c) Dibuje el trazado de rayos y describa las características de la imagen.

a) La lente tiene una potencia negativa (- 2 dioptrías) por tanto es una **lente divergente** de foco imagen:

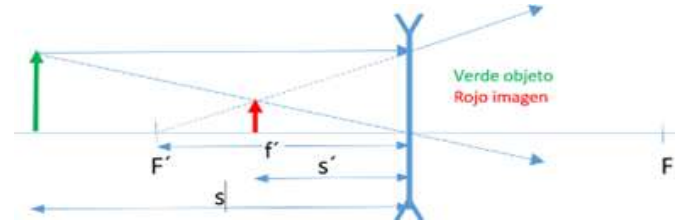
$$P = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-2} = -0,5 \text{ m} = f'$$

b) y c)

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-75} = \frac{1}{-50} \Rightarrow s' = 30 \text{ cm}$$

$$M (o A_L) = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-30}{-75} = 0,4 = M (o A_L)$$

$$y' = M \cdot y = 0,4 \cdot 8 = 3,2 \text{ cm} = y' \quad \text{La imagen es virtual, derecha y menor}$$



8) Un espejo tiene un aumento lateral de 1.5 cuando el rostro de una persona se encuentra a 20 cm del espejo.

a) Indique si el espejo es plano, cóncavo o convexo;

b) Dibuje el diagrama de rayos;

c) Calcule la distancia focal del espejo.

a) El espejo debe ser cóncavo, ya que los espejos convexos producen siempre imágenes más pequeñas y el enunciado dice que se produce un aumento.

b)

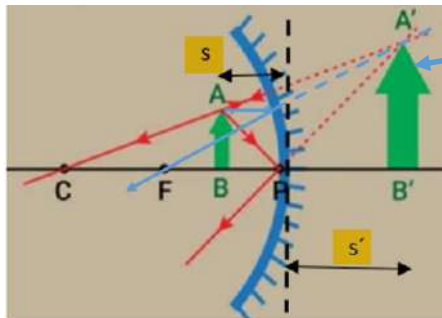


Imagen virtual, derecha y mayor

$$c) \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad \text{sabemos } s \text{ y necesitamos también } s': A_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow s' = -s \cdot A_L = -20 \cdot 1,5 = 30 \text{ cm} = s'$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{-20} + \frac{1}{30} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = -60 \text{ cm}$$

9) En las especificaciones de una lente de una cámara fotográfica, leemos que su distancia focal es 50 mm, que está hecha de un vidrio de sílex cuyo índice de refracción es 1.6 y que es planoconvexa. a) Determinar el radio de curvatura de la cara curva de la lente. b) Calcular a qué distancia de la lente habría que colocar un objeto para que su imagen tenga la mitad de tamaño (en valor absoluto) que el tamaño del objeto. c) Si un rayo láser incide desde el aire sobre la cara plana de la lente con un ángulo de 45° respecto de la normal, determinar el ángulo que forma el láser dentro de la lente respecto de la normal.

a) De la ecuación del fabricante de lentes:

$$\frac{1}{f'} = \left(\frac{n_{\text{lente}}}{n_{\text{medio}}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{con } R_2 = \infty \Rightarrow \frac{1}{50} = \left(\frac{1,6}{1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - 0 \right) \Rightarrow R_1 = 30 \text{ mm}$$

b) Una lente planoconvexa convergente solo tiene un caso con imagen menor que es a su vez invertida y real, por

$$\text{tanto: } M = \frac{s'}{s} = -\frac{1}{2} \quad (- \text{ por ser invertida y } 1/2 \text{ porque el enunciado dice mitad del objeto}) \Rightarrow s' = -\frac{s}{2} \Rightarrow \left(\frac{1}{s'} = -\frac{2}{s} \right)$$

$$\text{Y usando la ecuación de Gauss para lentes delgadas: } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -\frac{2}{s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{50} \Rightarrow s = -150 \text{ mm}$$

$$c) \text{ Usamos la ley de Snell: } \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 45}{\sin r} = \frac{1,6}{1} \Rightarrow \hat{r} = \arcsin \left(\frac{\sin 45}{1,6} \right) = \hat{r} = 26,23^\circ$$

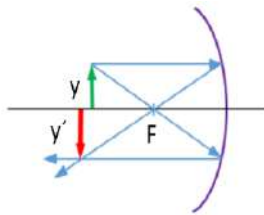
10) Se dispone de un espejo cóncavo de focal 80 mm extraído de un pequeño telescopio.

a) Muestra mediante un trazado de rayos, donde se formará la imagen de un objeto situado a 15 cm del vértice del espejo y de qué tipo será: ¿real o virtual?; ¿derecha o invertida?

b) ¿Qué aumento proporcionará el espejo con el objeto a la distancia citada?

c) Si sustituimos el espejo por uno convexo con la misma focal, ¿cuál sería el resultado del apartado b)?

a)



La imagen es real, invertida y mayor (ligeramente como se verá al calcular A_L)

b) Aplicamos la ecuación fundamental de los espejos esféricos: $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$

$$\frac{1}{-15} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{-8} \Rightarrow s' = -17,1 \text{ cm} \quad A_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{-17,1}{-15} = -1,14 = A_L$$

c) Si sustituimos el espejo cóncavo por uno convexo con la misma magnitud focal $f = 8 \text{ cm}$ la distancia focal se vuelve positiva (el foco está detrás del espejo).

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{-15} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{8} \Rightarrow s' = +5,22 \text{ cm} \Rightarrow A_L = -\frac{s'}{s} = -\frac{5,22}{-15} = +0,35 = A_L$$

11) Se necesita proyectar una diapositiva de 2 cm de altura sobre una pantalla situada a 3 m de la misma, de forma que la imagen sea invertida y de 50 cm de altura. Calcule: a) Distancia del objeto a la lente del proyector. b) Potencia de la lente del proyector. c) Haga un esquema de la formación de la imagen mediante un trazado de rayos.

a) y c) Para obtener una imagen tras la lente (en la pantalla) se necesita una lente convergente, que efectivamente, además será mayor e invertida

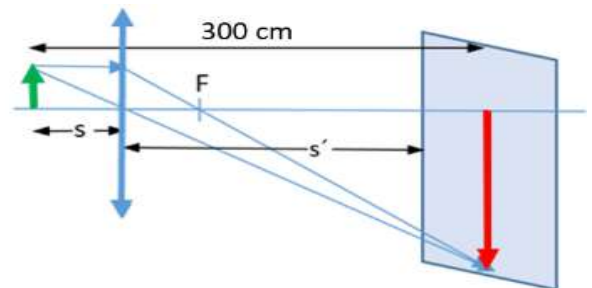
Como nos da el tamaño objeto y tamaño imagen, podemos relacionarlos con el aumento lateral:

$$A_L = -\frac{s'}{s} = \frac{y'}{y} \Rightarrow \frac{s'}{s} = \frac{-50}{2} \Rightarrow s' = -25s$$

Lo siguiente es un caso típico para caer en errores:

Si nos fijamos en la imagen vemos que $300 = |s| + |s'|$

Pero dado que la imagen está a la derecha de la lente (centro del eje de coordenadas) la distancia de la imagen s' es **positiva**, mientras que el objeto está a la izquierda y por tanto la distancia objeto s es **negativa**, de forma que la relación de las distancias es: **$300 = s' - s$**



$$\text{Y como } s' = -25s \Rightarrow 300 = s' - s = -25s - s = -26s \Rightarrow s = 300/-26 = -11,54 \text{ cm} = s$$

b) Para la potencia necesitamos f' : $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$ siendo $300 = s' - s \Rightarrow 300 = s' - (-11,54) \Rightarrow s' = 288,46 \text{ cm}$

o bien $s' = -25s = -25 \cdot (-11,54) = 288,5 \text{ cm}$

$$\frac{1}{288,46} - \frac{1}{-11,54} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = 11,1 \text{ cm} = 0,111 \text{ m} \quad P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,111} = 9 \text{ dioptrías}$$

Su hubieramos empleado $300 = s' + s \Rightarrow 300 = -25s + s \Rightarrow s = -12,5 \text{ cm}$ y por tanto $s' = -25(-12,5) = 312,5 \text{ cm}$ lo que es mayor que la distancia total

12) Una lámina de vidrio con caras planas y paralelas, con un índice de refracción de 1,4, se encuentra en aire, cuyo índice de refracción es 1,0. Un rayo de luz monocromática con una frecuencia de $4,3 \times 10^{14}$ Hz incide sobre la lámina desde el aire con un ángulo de 30° respecto a la normal a la superficie que separa ambos medios. Calcule: a) la longitud de onda del rayo refractado; b) el ángulo de refracción.

DATO: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

a) El índice de refracción viene dado por: $n = \frac{c}{v} \Rightarrow n_{\text{vidrio}} = \frac{c}{v_{\text{vidrio}}} = 1,4 = \frac{3 \cdot 10^8}{v} \Rightarrow v_{\text{vidrio}} = 2,14 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

y la longitud de onda es $v = \lambda \cdot f \Rightarrow 2,14 \cdot 10^8 = \lambda \cdot 4,3 \cdot 10^{14} \Rightarrow \lambda = 4,98 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

b) Para el ángulo de refracción aplicamos la ley de Snell:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} ; \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin 30}{\sin r} = \frac{1,4}{1} \Rightarrow \hat{r} = 20,9^\circ$$

Por comprobar usamos ahora $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \frac{\sin 30}{\sin r} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,14 \cdot 10^8} \Rightarrow \hat{r} = 20,9^\circ$ igual resultado.

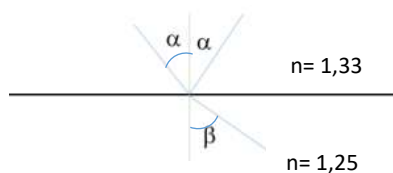
13) Un buceador emite un rayo de luz, utilizando una potente linterna, que incide desde el agua hacia el fondo de la piscina que consiste en un medio transparente. Si el ángulo de incidencia es de 70° el rayo de luz se refleja, pero si el ángulo es menor se refracta. a) Calcule el índice de refracción del segundo medio. b) Determine el ángulo de incidencia para el cual se observa que los rayos reflejado y refractado son mutuamente perpendiculares. c) El buceador saca parcialmente el brazo extendido fuera del agua (hacia el aire formando con la superficie del agua un ángulo menor de 90°); sin embargo, lo observa doblado. Explique razonadamente y con trazado de rayos la causa. d) Si el buceador se quitase las gafas bajo el agua tendría una percepción de las imágenes como si fuese hipermetrope. Explique el concepto de hipermetropía y cómo se puede corregir con una lente.

Datos: Considere que el índice de refracción del aire = 1; y que el índice de refracción del agua = 1,33

a) El ángulo límite es 70°

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow 1,33 \sin 70^\circ = n_2 \sin 90^\circ \Rightarrow n_2 = 1,25 \text{ medio del fondo de la piscina}$$

b)



$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow 1,33 \sin \alpha = 1,25 \sin (90 - \alpha)$$

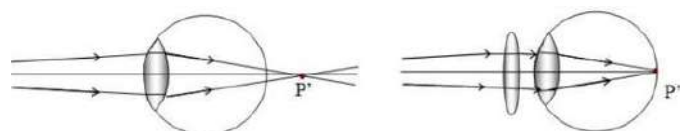
$$1,33 \sin \alpha = 1,25 \cos \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1,25}{1,33} \Rightarrow \alpha = 43,22^\circ$$

c) Debido a la refracción por los distintos índices de refracción, produce una discontinuidad entre la posición aparente de la parte del brazo en el aire y la posición real de la parte del brazo en el agua, dando lugar a que parezca fracturado en la superficie.

En verde brazo real y en rojo visión del brazo.



d) En la hipermetropía los rayos de luz procedentes de un objeto próximo al ojo se enfocan en un punto situado detrás de la retina, por consiguiente, los objetos próximos al ojo se ven borrosos, y en consecuencia se corrige con lente convergente.



14) Un objeto de 2 cm de altura se sitúa a 18 cm a la izquierda de una pantalla. Entre la pantalla y el objeto, a 14,2 cm de este, se sitúa una lente convergente. a) Determine la distancia focal que debe tener la lente para que se enfoque la imagen del objeto sobre la pantalla y el tamaño de la imagen. b) A continuación, se retira la pantalla y se sitúa a 5 cm a la derecha de la primera lente otra lente convergente de distancia focal 1,2 cm. ¿Dónde se formará la nueva imagen? Realice el correspondiente trazado de rayos.

a) Aplicando la ecuación de Gauss para las lentes delgadas: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$

siendo $s' = 18 - 14,2 = 3,8 \text{ cm} = s'$

$$\frac{1}{3,8} - \frac{1}{-14,2} = \frac{1}{f'} \rightarrow f' = 3 \text{ cm}$$

Aplicando el aumento lateral: $M = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$

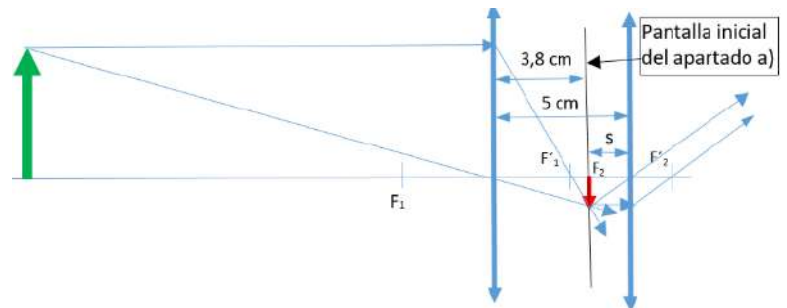
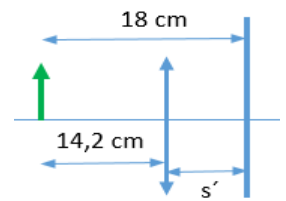
$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{2} = \frac{3,8}{-14,2} \Rightarrow y' = -0,54 \text{ cm}$$

b) Este apartado tiene cierta dificultad para realizar el trazado por estar muy junto en la zona de los dos espejos y la pantalla anterior, siendo ahí donde vamos a observar que la 1ª imagen, que será el objeto de la 2ª lente está justo sobre el foco de esta nueva lente:
 $s = 5 - 3,8 = 1,2 \text{ cm}$ que es la focal indicada en los datos para la 2ª lente.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-(5-3,8)} = \frac{1}{1,2} \Rightarrow s' = \infty$$

Como era de suponer

El convenio de signos se aplica a cada lente de forma independiente a medida que se recorre el sistema de izquierda a derecha.



15) Un haz de luz procedente del aire incide sobre la superficie de un vidrio transparente, con un ángulo respecto a la normal de 45°. El vidrio tiene 5 cm de espesor y está situado horizontalmente. El rayo de luz en el interior del vidrio forma un ángulo de 62° respecto a la horizontal. a) Determinar el índice de refracción del vidrio. b) Si la frecuencia de la luz es de $3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, calcular su longitud de onda en el interior del vidrio. c) Determinar el tiempo que emplea el rayo en atravesar el vidrio. DATO: Índice de refracción del aire: $n_{\text{aire}} = 1$.

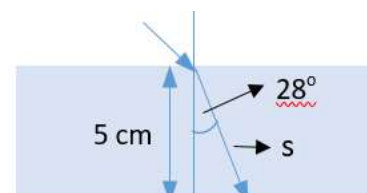
a) Si el rayo forma 62° con la horizontal, entonces forma con la vertical (normal): $\theta_i = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow 1 \cdot \sin 45 = n_2 \sin 28 \Rightarrow n_2 = 1,51$$

$$b) n_2 = 1,51 = \frac{c}{v_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{v_2} \Rightarrow v_2 = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad \lambda = \frac{v_2}{f} = \frac{2 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^{14}} = 6,7 \cdot 10^{-7} \text{ m} = \lambda$$

c) $v = s/t \Rightarrow$ siendo $s \cdot \cos 28 = 5 \Rightarrow s = 5,66 \text{ cm} = 0,0566 \text{ m}$

$$t = s/v = 0,0566 / 2 \cdot 10^8 = 2,83 \cdot 10^{-10} \text{ s} = 0,283 \text{ ns}$$



16) A) Un rayo láser incide desde el aire sobre la superficie plana de un material con un índice de refracción 1,55. El rayo incidente y el reflejado forman entre sí un ángulo de 60° . Dibuje el diagrama de rayos correspondiente y calcule el ángulo que formará el rayo refractado en el material con el rayo reflejado en el aire.

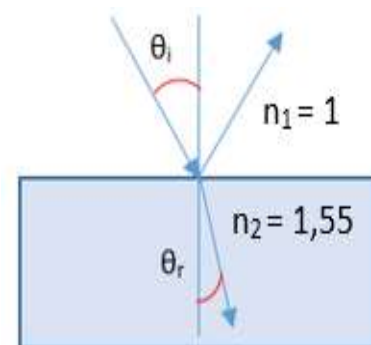
B) Se dispone de una lente convergente de distancia focal 5 cm. Determine el tamaño de un objeto que está situado a 20 cm de la lente y forma una imagen de 3 cm de altura. Indique las características de la imagen (real o virtual, derecha o invertida, mayor o menor que el objeto).

A) Como el rayo incidente y reflejado son iguales y entre ellos suman 60° significa que $\theta_i = 30^\circ$:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow 1 \cdot \sin 30 = 1,55 \sin \theta_r \Rightarrow \theta_r = 18,8^\circ$$

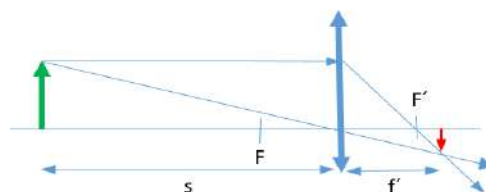
Pero no hay que ir con prisas y leer bien el ejercicio, ya que lo que pide es el ángulo entre el rayo refractado y el reflejado.

Viendo la vertical tenemos ángulo reflejado 30° y refractado $18,8^\circ$ por tanto:
 $180^\circ - 30^\circ - 18,8^\circ = 131,2^\circ$

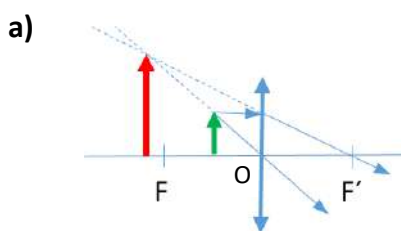


B) $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-20} = \frac{1}{5} \Rightarrow s' = 6,67 \text{ cm}$

$$M = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{3}{y} = \frac{6,67}{-20} \Rightarrow y = 9 \text{ cm}$$



17) a) Realice y explique el trazado de rayos para un objeto situado entre el foco objeto y una lente convergente. Justifique las características de la imagen. b) Un objeto de 30 cm de altura se coloca a 2 m de distancia de una lente delgada divergente. La distancia focal de la lente es de 50 cm. Indicando el criterio de signos aplicado, calcule la posición y el tamaño de la imagen formada. Realice razonadamente el trazado de rayos y justifique la naturaleza de la imagen.



Usamos dos rayos:

1- Rayo paralelo al eje óptico que al llegar a la lente se refracta para pasar por el foco F' .

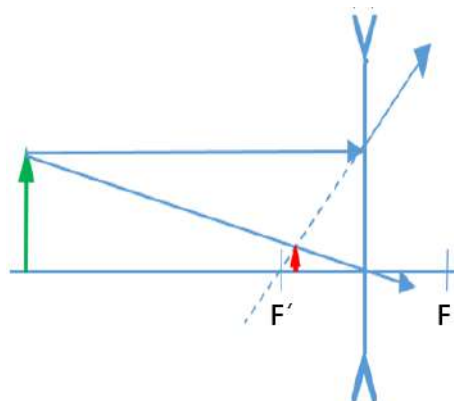
2- Rayo que pasa por el centro óptico O sin desviarse.

Como ambos rayos no se cortan en un punto usamos sus proyecciones para obtener **la imagen que será virtual al no proceder de los rayos directos**

b) $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-2} = \frac{1}{-0,5} \Rightarrow s' = -0,4 \text{ m}$

$$M = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{0,3} = \frac{-0,4}{-2} \Rightarrow y' = 0,06 \text{ m}$$

Imagen virtual derecha y menor (único caso en las lentes convergentes)



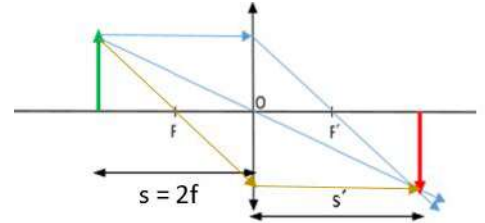
18) a) Se coloca un objeto a una distancia de una lente convergente igual a dos veces su distancia focal. Trace un diagrama de rayos e indique a partir de él las características de la imagen (mayor/menor/igual, derecha/invertida, real/virtual).

b) Una lente divergente forma una imagen virtual y derecha de un objeto situado a 12 cm delante de ella. Si el aumento lateral es 0,3, determine la distancia focal de la lente y efectúe el diagrama de rayos correspondiente.

$$\text{a) } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-2f} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2f} \Rightarrow s' = 2f$$

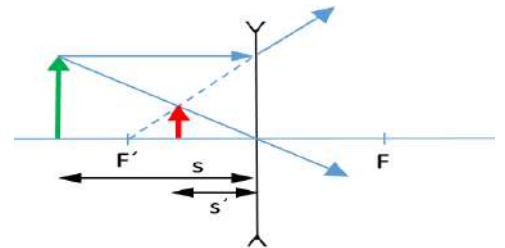
$$M = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow M = \frac{s'}{s} = \frac{2f}{-2f} = -1 \Rightarrow \text{Imagen igual e invertida}$$

Y como se forma con los rayos reales: **Imagen real, igual e invertida.**



$$\text{b) } M = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow M = \frac{s'}{s} \Rightarrow 0,3 = \frac{s'}{-12} \Rightarrow s' = -3,6 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{-3,6} - \frac{1}{-12} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = -5,15 \text{ cm}$$



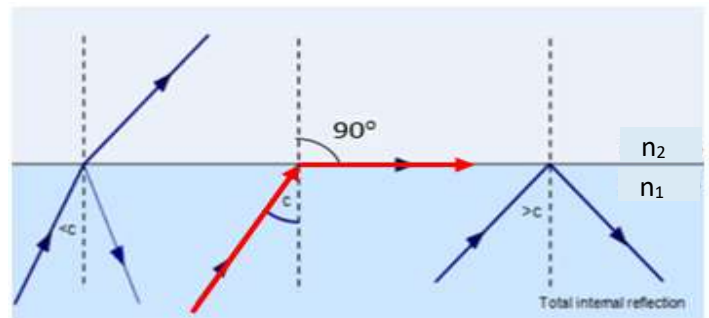
19) A) Un haz de luz viaja por el agua a una velocidad $v = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Determine el valor mínimo del ángulo de incidencia sobre la superficie de separación agua-aire, para que no emerja al aire. Realice un diagrama de la marcha de rayos para el ángulo calculado y para otro ángulo mayor.

B) Un objeto está situado a 25 cm de distancia de una pantalla. ¿En qué dos puntos comprendidos entre el objeto y la pantalla puede situarse una lente convergente de 4 cm de distancia focal para que se forme la imagen del objeto sobre la pantalla?

A) Para un determinado ángulo de incidencia, el rayo refractado se dirige por el plano de intersección entre dos medios; este ángulo de incidencia se conoce como *ángulo crítico* (c).

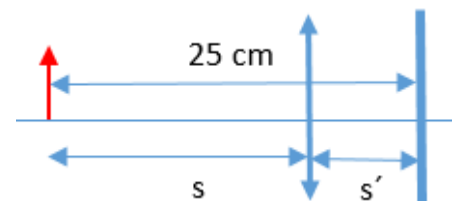
$$n_{\text{agua}} = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,25 \cdot 10^8} = 1,33$$

$$\text{sen } i_{\text{crítico}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1,33} \Rightarrow i_{\text{crítico}} = 48,6^\circ$$



$$\text{B) } |s| + |s'| = 25 \Rightarrow -s + s' = 25 \Rightarrow s' = 25 + s$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{25+s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{s-25-s}{(25+s)s} = \frac{1}{4} \Rightarrow s^2 + 25s + 100 = 0$$



$s = -20 \text{ cm}$ y -5 cm **La lente se puede situar a 20 cm o a 5 cm del objeto.**

20) a) Un rayo de luz monocromática pasa de un medio de índice de refracción n_1 a otro medio con índice de refracción n_2 , siendo $n_1 < n_2$. Razone y justifique la veracidad o falsedad de las siguientes frases: i) La velocidad de dicho rayo aumenta al pasar del primer medio al segundo. ii) La longitud de onda del rayo es mayor en el segundo medio.

b) Sea un recipiente que contiene agua que llega hasta una altura de 0,25 m, y sobre la que se ha colocado una capa de aceite. Procedente del aire, incide sobre la capa de aceite un rayo de luz que forma 50° con la normal a la superficie de separación aire-aceite. i) Haga un esquema de la trayectoria que sigue el rayo en los diferentes medios (aire, aceite y agua), en el que se incluyan los valores de los ángulos que forman con la normal los rayos refractados en el aceite y en el agua. ii) Calcule la velocidad de la luz en el agua. $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; $n_{\text{aire}} = 1$; $n_{\text{aceite}} = 1,47$; $n_{\text{agua}} = 1,33$

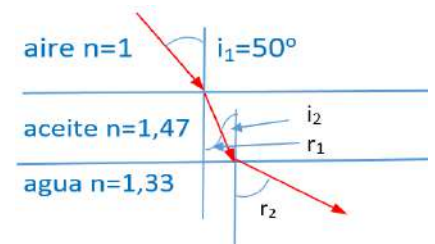
a) i) Falso, la velocidad disminuye ya que $v=c/n$ **y si n es mayor la v será menor en el segundo medio.**

ii) La longitud de onda es $\lambda = v/f$ pero la frecuencia permanece constante por lo que **en el segundo medio al ser menor la velocidad será menor la longitud de onda.**

b) i) Ley de Snell en aire-aceite:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow 1 \cdot \sin 50 = 1,47 \cdot \sin r_1 \Rightarrow r_1 = 31,4^\circ \Rightarrow i_2 = 31,4^\circ$$

En aceite – agua: $n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow 1,47 \cdot \sin 31,4 = 1,33 \cdot \sin r_2$
 $\Rightarrow r_2 = 35,2^\circ$



ii) Velocidad de la luz en el agua: $n_{\text{agua}} = \frac{c}{v_{\text{agua}}} = 1,33 = \frac{3 \cdot 10^8}{v_{\text{agua}}} \Rightarrow v_{\text{agua}} = 2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$